

Otimização na programação de horários de professores/turmas: Modelo Matemático, Abordagem Heurística e Método Misto

Anderson Roges Teixeira Góes¹, artgoes@ufpr.br

Deise Maria Bertholdi Costa¹, deise@ufpr.br

Maria Teresinha Arns Steiner², tere@ufpr.br

¹Universidade Federal do Paraná (UFPR), Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Departamento de Expressão Gráfica, Curitiba, PR

²Universidade Federal do Paraná (UFPR), Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Departamento de Engenharia de Produção, Curitiba, PR

*Recebido: Dezembro, 2009 / Aceito: Abril, 2010

RESUMO

No início do período letivo, em qualquer instituição de ensino, há sempre a preocupação com a distribuição de dias e horários de aulas para cada um de seus professores. Apesar de todo o avanço computacional, a maioria das escolas ainda realiza a construção da grade horária escolar de forma manual, tornando esta tarefa bastante demorada e ineficiente. O objetivo deste trabalho é apresentar três técnicas (modelo matemático, abordagem heurística e método misto) que encontrem uma solução que satisfaça as exigências pedagógicas e operacionais das instituições, assim como as preferências de cada professor com relação aos dias e horários de aulas. Com o objetivo de comparar o desempenho das técnicas, foi desenvolvido um protótipo para a construção da grade horária escolar de uma escola municipal da cidade de Araucária, PR. Todos os três métodos utilizados neste trabalho apresentaram resultados melhores do que o gerado manualmente para o estudo de caso abordado.

Palavras-Chave: Otimização na Construção da Grade Escolar. Modelo Matemático de Programação Linear Inteira Binária. Algoritmos Genéticos.

1. INTRODUÇÃO

Apesar de todo o avanço computacional, a maioria das escolas ainda realiza a distribuição da carga horária de seus professores de forma manual, tornando o trabalho demorado e ineficiente e envolvendo, praticamente, todo o quadro funcional da instituição.

Na literatura existem vários problemas e possíveis soluções para a otimização na distribuição de professores às turmas, dentre os quais, tem-se Lopes e Schoeffel (2002), ou distribuição de turmas às salas de aulas (ensalamento) como os trabalhos de Sorroche e Lopes (2003) e de Zamboni e Siqueira (2001), ou ainda, a distribuição de professores às turmas e essas turmas às salas como em Costa (1994); Colorni, Dorigo e Maniezzo (1998);

Braz Junior (2000); Concilio (2000); Lucas (2000); Pinheiro e Oliveira (2001); Souza, Maculan e Ochi (2001); Kotsko (2003); Borges (2003); Bruna, Costa e Pozo (2004) e Cowling, Kendall e Han (2005).

A maioria dos trabalhos envolve o Ensino Superior, onde a grade horária semanal pode não ser completa, resultando em uma flexibilidade não permitida aos Colégios de Ensino Médio ou às Escolas de Ensino Fundamental. Assim, para estas instituições o problema torna-se mais complexo, pois as turmas têm aulas em todos os horários e a mudança de turma de um professor implicará na mudança de outro.

Desta forma, o objetivo deste trabalho é apresentar três técnicas (método matemático, abordagem heurística e método misto) da área de Pesquisa Operacional, com o intuito de obter a programação de horários de professores/turmas para uma instituição de ensino. Com o objetivo de verificar o desempenho das referidas técnicas foi desenvolvido um protótipo para uma escola municipal da cidade de Araucária, PR. Tendo-se em vista a aplicação da referida otimização a diversas instituições, sugere-se a construção de uma interface onde se possam colocar todas as particularidades de cada instituição que "alimentarão", adequadamente, cada uma das referidas técnicas.

O modelo matemático, apesar de gerar o melhor horário, possui tempo computacional alto. Assim, aqui é desenvolvida uma abordagem heurística baseada nos Algoritmos Genéticos (AGs) para resolver o problema que, apesar de nem sempre apresentar a melhor solução, retorna um resultado mais rápido que o modelo matemático.

O método misto, por sua vez, resolve o problema através do modelo matemático sem adicionar as restrições de preferência (ou não) por aulas geminadas, que juntas compõem mais de 50% das restrições geradas; seu tempo computacional é o menor das três abordagens. Assim, para esta última abordagem, encontrada a solução para este novo problema através do modelo matemático, aplica-se na seqüência, uma heurística de melhoramento com relação à preferência de aulas geminadas.

No estudo de caso realizado os tempos obtidos foram bastante satisfatórios: abordagem pelo modelo matemático: 1min43s; abordagem heurística: 53s; e método misto: 19s.

Na seção 2 deste artigo é apresentada a descrição do problema. A seção 3 apresenta o modelo matemático para resolução do problema de programação de horário dos professores/turmas. O método heurístico desenvolvido é apresentado na seção 4. Na seção 5 é apresentado o método misto. Gráficos comparativos, com relação às soluções obtidas através dos métodos abordados, são apresentados na seção 6 e as considerações finais são realizadas na seção 7.

2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Segundo Pinheiro e Oliveira (2001) o problema de construção de carga horária vem sendo abordado desde a década de 60, sendo que os primeiros trabalhos a se destacarem foram realizados na década de 80.

A elaboração de uma grade horária escolar deve satisfazer as preferências dos professores, além das questões operacionais e pedagógicas. Assim, o trabalho torna-se muito complexo quando esta distribuição deve ser realizada manualmente e com pouco tempo para sua execução.

As restrições para este tipo de problema, de uma forma geral, são as seguintes:

- Restrições Pedagógicas e Operacionais: uma turma não poderá ter mais que duas aulas, da mesma disciplina, ministradas no mesmo dia; a carga horária diária da turma deve ser satisfeita (5 h/dia), bem como a carga semanal (25 h/semana); a carga horária semanal do professor deve ser contemplada; a carga horária semanal

de uma disciplina em cada turma deve ser satisfeita; nenhuma disciplina poderá ter mais de um professor na mesma turma; em cada horário não poderá ter mais que um professor na turma; e em cada horário o professor não poderá ministrar aulas para mais de uma turma.

- Restrições com relação às Preferências do Professor: por dias da semana para trabalhar; por turmas (séries); por aulas geminadas ou não. Em entrevista realizada com o corpo docente da instituição, no caso do protótipo, a Escola Municipal Planalto dos Pinheiros, localizada na cidade de Araucária, PR, a maioria dos professores respondeu que: prefere aulas não geminadas, pois argumentam que, se geminadas, os alunos não têm um bom rendimento; seja atendida sua preferência pelo dia de não vínculo, para minimizar os dias de comparecimento à escola; prefere turmas da mesma série durante o ano letivo, o que facilita seu trabalho na elaboração das aulas.

O trabalho aqui desenvolvido se ateve a otimização na grade horária para as turmas de 5ª a 8ª séries (6º ao 9º ano) da referida instituição. Segundo a LDB (1996), o Ensino Fundamental de 5ª a 8ª séries deve possuir uma carga horária de no mínimo 75% de disciplinas que compõem a Base Nacional Comum e no máximo 25% de Parte Diversificada.

As disciplinas que compõem a Base Nacional Comum, com os respectivos professores, da escola pesquisada são: Língua Portuguesa (Carlos, Lucia Helena e Marie), Matemática (Anderson, Edílson e Valmir), Ciências (Regina e Vera), Geografia (Clarice e Mariselma), História (Rafael e Rosália), Educação Física (Gisele e Marta) e Artes (Jucimara e Rossano).

Na rede municipal, a parte diversificada por ocasião da pesquisa, ficou composta por: Língua Estrangeira Moderna – Inglês (Jociane), Matemática Experimental e Literatura Infante-juvenil, sendo a disciplina de Matemática Experimental ministrada pelo professor de Matemática da turma e a última disciplina ministrada pelo professor de Língua Portuguesa da turma.

2.1 OBTENÇÃO DE DADOS

Os professores da rede municipal de ensino de Araucária são concursados e sua carga horária é 20 h/semana por padrão (carga horária semanal obtida por concurso público, sendo cada padrão considerado um concurso público). Deste total, 15h/semana são em sala de aula e 5 h/semana são destinadas à hora-atividade (planejamento, atividades lúdicas, avaliações e outras funções inerentes ao magistério).

Para facilitar a oferta de assessoramento pedagógico durante o ano letivo, cada disciplina tem sua hora-atividade em um dia da semana determinado pela Secretaria Municipal de Educação (SMED). Por ocasião da pesquisa, os professores de matemática, por exemplo, cumpriam sua hora-atividade nas 3^{as}-feiras. Nestes dias, a mantenedora solicita que nenhum professor desta disciplina exerça sua função em sala de aula. Entretanto, ocorre muitas vezes que, para que o horário seja “fechado” (termo usado pelos professores), é necessário que alguns professores tenham aula nesses dias; caso isto ocorra, cada docente poderá lecionar somente uma aula neste dia.

Além disso, devido ao tempo gasto o com deslocamento desde suas residências (a maior parte dos professores reside em Curitiba) até a instituição, as 15 horas de aulas/semana em sala de aula devem ser designadas para três dias semanais. Assim, o professor terá um dia da semana sem vínculo com a prefeitura (dia de não vínculo). Satisfazer esta restrição é de extrema importância.

As turmas (5ªA, 5ªB, 5ªC, 5ªD, 6ªA, 6ªB, 6ªC, 7ªA, 7ªB, 8ªA) são escolhidas em comum acordo entre os professores das disciplinas. Desta forma, o maior problema na geração da grade horária para escola da rede municipal é a designação dos dias que o

professor deverá trabalhar, sendo que estes dias não podem coincidir com o dia da hora-atividade e, ainda, satisfazer a preferência da maioria dos professores em relação a sua opção para o dia de não vínculo.

3. CONSTRUÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA BINÁRIA (PLIB)

Para resolver o problema pelo modelo matemático foi desenvolvido um programa computacional em *Visual Basic (VB)* que gera todas as restrições deste modelo conforme a “alimentação” dos dados realizada pelo usuário. Após geradas as restrições e a função objetivo o modelo é resolvido pelo software *LINGO (Language for Interactive General Optimizer)*, versão 6.0.

O problema consiste em designar professores (cujas turmas já foram escolhidas) para os dias e horários de aulas de maneira a maximizar o atendimento as suas preferências. Assim, as variáveis binárias de decisão x_{ptdh} indicam se o professor p estará atendendo (ou não) a turma t , no dia d , no horário h . Ficaram definidas, também, as variáveis binárias s_{pd} que indica se o professor p trabalha no dia d , assim estas variáveis são definidas em apenas um dia da semana para cada professor.

3.1 DEFINIÇÃO DA FUNÇÃO OBJETIVO

Conforme já comentado, o objetivo do modelo matemático de PLIB é indicar qual turma o professor atenderá em certo dia e horário, maximizando a sua preferência com relação aos dias e horários de aulas. Desta forma, tem-se a função objetivo definida da seguinte forma:

$$\text{Max} \quad Z = \sum_p \sum_t \sum_d \sum_h PP.PH.PD.x_{ptdh}, \text{ onde:}$$

- p – indica o professor (Anderson, , Vera);
- t – indica as turmas atendidas pelo professor p (5ª A, ... , 8ª A);
- d – indica o dia da semana (2ª.-feira, ... , 6ª.-feira);
- h – indica o horário de aula em um dia da semana (1, ..., 5);
- PP – peso referente ao tempo de trabalho do professor na escola;
- PH – peso referente aos horários;
- PD – peso referente a preferência de dias de trabalho.

Os pesos PP são definidos como: “1” para professores que estão trabalhando um ou dois anos na escola; “3”, se o tempo for de três a cinco anos; “5”, se o tempo de trabalho na escola for de seis a 10 anos; e “7”, se o tempo for acima de 10 anos. Os pesos PH são definidos como: “1” para primeira aula, “2” para segunda, “3” para a terceira, “4” para a quarta e “5” para a quinta aula do dia. Os pesos PD são definidos da seguinte forma: o dia de hora-atividade recebe peso “4”; a primeira opção de dia de não vínculo recebe peso “1”; e, os demais dias, peso “8”. Estes pesos foram definidos e fixados após várias simulações.

3.2 DEFINIÇÃO DAS RESTRIÇÕES

A seguir são mostradas as restrições às quais o problema está sujeito. É importante ressaltar que o horário pode ser obtido apenas com as restrições de 1 a 4, caso a preferência dos professores não seja considerada.

$$\sum_p x_{ptdh} = 1 \quad \forall t, \forall d, \forall h \quad (1)$$

$$\sum_t x_{ptdh} \leq 1 \quad \forall p, \forall d, \forall h \quad (2)$$

$$\sum_d \sum_h x_{ptdh} = \text{total de aulas do professor } p \text{ na turma } t \quad \forall p, \forall t \quad (3)$$

$$\sum_h x_{ptdh} \leq 2 \quad \forall p, \forall t, \forall d \quad (4)$$

$$\sum_d s_{pd} = (DT + s_{pd_2}) \quad \forall p \text{ que possui a carga horária semanal } \neq 16 \text{ h/a} \quad (5.1)$$

$$\sum_d s_{pd} = DT \quad \forall p \text{ que possui carga horária semanal } = 16 \text{ h/a} \quad (5.2)$$

$$\sum_t \sum_h x_{ptdh} \leq 5 \times s_{pd} \quad \forall p, \forall d \neq \text{dia de hora - atividade} \quad (6.1)$$

$$\sum_t \sum_h x_{ptdh} = s_{pd_2} \quad \forall p, d_2 = \text{dia de hora - atividade} \quad (6.2)$$

$$x_{ptd1} + x_{ptd3} \leq 1 \quad \forall p \text{ que prefere aula geminada, } \forall t, \forall d \quad (7.1.1)$$

$$x_{ptd1} + x_{ptd4} \leq 1 \quad \forall p \text{ que prefere aula geminada, } \forall t, \forall d \quad (7.1.2)$$

$$x_{ptd1} + x_{ptd5} \leq 1 \quad \forall p \text{ que prefere aula geminada, } \forall t, \forall d \quad (7.1.3)$$

$$x_{ptd2} + x_{ptd4} \leq 1 \quad \forall p \text{ que prefere aula geminada, } \forall t, \forall d \quad (7.1.4)$$

$$x_{ptd2} + x_{ptd5} \leq 1 \quad \forall p \text{ que prefere aula geminada, } \forall t, \forall d \quad (7.1.5)$$

$$x_{ptd3} + x_{ptd5} \leq 1 \quad \forall p \text{ que prefere aula geminada, } \forall t, \forall d \quad (7.1.6)$$

$$x_{ptd1} + x_{ptd2} \leq 1 \quad \forall p \text{ que prefere aula não geminada, } \forall t, \forall d \quad (7.2.1)$$

$$x_{ptd2} + x_{ptd3} \leq 1 \quad \forall p \text{ que prefere aula não geminada, } \forall t, \forall d \quad (7.2.2)$$

$$x_{ptd4} + x_{ptd5} \leq 1 \quad \forall p \text{ que prefere aula não geminada, } \forall t, \forall d \quad (7.2.3)$$

As restrições em (1) garantem (nesta ordem) que para cada turma t , para cada dia d , para cada horário h , atuará apenas um professor p e, conseqüentemente, garante o total de aulas diárias e semanais na turma t . As restrições (2) garantem (nesta ordem) que cada professor p , para cada dia d , para cada dia h , atuará em apenas uma turma t . As restrições (3) garantem (nesta ordem) que para cada professor p , para cada turma t , a carga horária semanal da disciplina. As restrições (4) garantem (nesta ordem) que para cada professor p , para cada turma t , para cada dia d , toda disciplina tenha no máximo duas aulas.

As restrições em (5.1) definem a quantidade de dias de trabalho (DT) para os professores p com carga horária diferente de 16 h/semana. As restrições em (5.2) definem a quantidade de dias de trabalho para os professores p com carga horária igual 16 h/semana, onde já está definida uma aula na hora-atividade. As restrições em (6.1) e (6.2) garantem para cada professor p , que as aulas sejam distribuídas apenas nos dias de trabalho, sendo que as primeiras são definidas para cada dia d diferente do dia de hora-atividade e, as demais, para cada dia d igual ao dia de hora-atividade.

As restrições em (7.1.1) a (7.1.6) contemplam a preferência de cada professor p que prefere aulas não geminadas, para cada turma t , para cada dia d . As restrições em (7.2.1) a (7.2.3) contemplam a preferência de cada professor p que prefere aulas geminadas, para cada turma t , para cada dia d , que as aulas sejam geminadas.

Deste modo, o número de variáveis binárias para o modelo apresentado é: $(p \times t \times d \times h)$ variáveis do tipo x_{ptdh} e $(p \times d)$ variáveis do tipo s_{pd} . Por ocasião da pesquisa, a instituição atendia a 10 turmas, cada uma necessitando de oito professores (disciplinas).

Assim, são geradas 80 restrições para cada dia da semana (2ª, ..., 6ª-feira) e para cada horário (1, ..., 5), sendo que tem-se, então, $80 \times 5 \times 5 = 2.000$ variáveis do tipo x_{pdh} . Além destas, para a instituição analisada têm-se $18 \times 5 = 90$ variáveis do tipo s_{pd} , totalizando, assim, 2.090 variáveis binárias para o problema.

Já o número de restrições é: $(t \times d \times h)$ restrições (1); $(p \times d \times h)$ restrições (2); $(p \times t)$ restrições (3); $(p \times t \times d)$ restrições (4); as restrições (5.1) e (5.2) geram juntas p restrições; as restrições (6.1) e (6.2) geram juntas $(p \times d)$ restrições; cada restrição de (7.1.1) a (7.2.3), para cada professor que prefere aula não geminada, geram $(t \times d)$ restrições; e cada restrição de (7.2.1) a (7.2.3), para cada professor que prefere aula geminada, geram $(t \times d)$ restrições. No estudo de caso realizado tem-se 2.818 restrições, sendo: 250 restrições (1); 450 restrições (2); 80 restrições (3); 400 restrições (4); 18 restrições (5.1 a 5.2); 90 restrições (6.1 a 6.2) e 1.530 restrições (7.1.1 a 7.2.3), sendo 660 para aulas geminadas e 870 aulas não geminadas. Este modelo matemático é apresentado na linguagem LINGO em GOES, 2005.

4. A ABORDAGEM DO PROBLEMA REAL ATRAVÉS DE ALGORITMO BASEADO EM ALGORITMOS GENÉTICOS (AGS)

Segundo Goldberg (1989), AGs são algoritmos de busca baseado nos mecanismos de seleção natural e genética natural. Os AGs são metaheurísticas que procuram os melhores indivíduos (soluções) que melhor representem as condições impostas pelo problema.

Estas condições são as restrições que, neste trabalho, são as mesmas utilizadas na abordagem do problema pelo modelo matemático, traduzida para forma de algoritmos de melhoramento e penalidades. A principal característica dos AGs é trabalhar com uma população de soluções e não com uma solução isolada na busca de um melhor indivíduo.

Neste trabalho desenvolveu-se um algoritmo baseado nos AGs com as características apresentadas a seguir.

4.1 REPRESENTAÇÃO DE UM INDIVÍDUO

Cada indivíduo utilizado neste trabalho representa uma possível grade horária semanal para uma das turmas (5ªA, 5ªB, 5ªC, 5ªD, 6ªA, 6ªB, 6ªC, 7ªA, 7ªB, 8ªA; Figura 1). Como no problema real existem 10 turmas, tem-se 10 indivíduos na população. O indivíduo é considerado viável quando satisfaz duas restrições: para todo horário, em todos os dias, há somente um professor ministrando aula; e a carga horária semanal das disciplinas está sendo satisfeita. As demais restrições são transformadas em heurísticas de melhoramento ou penalidade, influenciando em seu *fitness*.

As disciplinas, neste trabalho, são representadas por seus professores.

	2ª-feira	3ª-feira	4ª-feira	5ª-feira	6ª-feira
1º horário	Prof 01	Prof 04	Prof 04	Prof 07	Prof 01
2º horário	Prof 05	Prof 01	Prof 02	Prof 03	Prof 03
3º horário	Prof 02	Prof 02	Prof 03	Prof 01	Prof 06
4º horário	Prof 02	Prof 08	Prof 06	Prof 08	Prof 05
5º horário	Prof 04	Prof 01	Prof 07	Prof 06	Prof 02

Figura 1. Representação do Indivíduo para a 5ª.B, por exemplo

4.2 OPERADORES GENÉTICOS

Os operadores genéticos mais freqüentemente utilizados são: inversão, mutação e *crossover*. Neste trabalho, foi abordada somente a mutação como operador genético para a

busca de indivíduo(s) mais adaptável à população, devido à complexidade de encontrar filhos viáveis ao aplicar o operador *crossover*. Além disto, através da mutação pode-se recuperar material genético perdido durante o processo de evolução da população.

Não há preocupação de uma busca aleatória na evolução da população, uma vez que as mutações a serem realizadas são definidas por heurísticas que tratam de “erros” presentes na população atual.

A Figura 2, a seguir, exemplifica a mutação realizada na aplicação deste trabalho: a professora Rosália está designada para a 3ª-feira no quinto horário e a professora Vera está designada para a 6ª-feira no quinto horário. Através deste operador de mutação os horários podem ser trocados. Desta forma, a professora Rosália é designada para o quinto horário da 6ª-feira e a professora Vera é designada para o quinto horário na 3ª-feira evitando, assim, aulas geminadas.

Valmir	Jucima	Rosália	Noeli	Marisel	⇒	Valmir	Jucima	Rosália	Noeli	Marisel
Marisel	Jucima	Marta	Marie	Valmir		Marisel	Jucima	Marta	Marie	Valmir
Valmir	Marie	Marie	Marisel	Marie		Valmir	Marie	Marie	Marisel	Marie
Vera	Rosália	Marie	Noeli	Vera		Vera	Rosália	Marie	Noeli	Vera
Marta	Rosália	Marta	Valmir	Vera		Marta	Vera	Marta	Valmir	Rosália

Figura 2. Operador de Mutação aplicado a Grade Horária

4.3 POPULAÇÃO INICIAL

Para gerar uma população inicial viável, tomou-se a melhor população dentre as cinco geradas conforme a seguinte heurística:

- 1) Sorteie aleatoriamente um professor da lista de professores;
- 2) Seguindo a ordem das turmas cadastradas, verifique se o professor atende a turma. Se atender, designa-se o máximo de aulas no dia, conforme a ordem de preferência de dia de trabalho e a preferência de aulas geminadas nos horários que ainda estão livres;
- 3) Aplique o passo 2 anterior a todas as turmas do professor evitando choque de horários;
- 4) Após a designação realizada nos passos 2 e 3 anteriores, se o professor ainda tiver que atender alguma turma, mas não tem mais horários livres coincidentes com os horários livres das turmas, faça a designação a um horário em que a turma esteja livre mesmo gerando um choque de horário para o professor, ou seja, o professor atenderá duas turmas ao mesmo tempo;
- 5) Retire o professor da lista;
- 6) Aplique os passos de 1 a 5 até o último professor.

Apesar da heurística gerar indivíduos viáveis, estes não estão totalmente adaptáveis à população, pois alguns professores podem ter choque de horários; ou estão trabalhando em algum dia que não preferem; ou trabalham mais dias que o necessário; ou estão com mais aulas que o número máximo permitido por dia em uma turma.

4.4 CÁLCULO DO FITNESS

Gerada a população inicial ou uma nova população, é necessário avaliá-la. Assim é realizado o cálculo do *fitness*, ou seja, verifica-se o quanto um indivíduo está adaptável ao ambiente. Este trabalho utiliza as seguintes restrições para o cálculo de *fitness* por indivíduo (turma):

- Preferência de dias de trabalho do professor;
- Quantidade de dias de trabalho do professor;
- Se há apenas uma turma por professor em qualquer horário;
- Preferência (ou não) por aulas geminadas.

A primeira restrição define o *fitness* inicial da população e as demais são restrições de penalidades.

1. O início do cálculo do *fitness* é constituído pela restrição de “preferência de dias de trabalho do professor” e é determinado conforme o procedimento apresentado a seguir:

Para cada turma

Para cada professor com carga horária menor que 16h/semana em sala:

Cada aula no dia da primeira opção de não vínculo tem peso igual a 1;

O dia da hora-atividade tem peso igual a 4;

Os demais dias possuem peso igual a 8.

Para cada professor com carga horária maior que 16h/semana em sala:

O dia da hora-atividade tem peso igual a 4;

Os demais dias têm peso igual a 8.

Para cada professor com carga horária igual a 16h/semana em sala:

Cada aula no dia da primeira opção de não vínculo tem peso igual a 1;

Os demais dias têm peso igual a 8.

O *fitness* da turma é o somatório dos pesos de cada horário definido no procedimento heurístico anterior, aplicando a seguinte fórmula baseada em Bruna, Costa e Pozo (2004):

$$Fitness1 = \frac{Somatório \times 100}{25 * 8}$$

onde, o valor 25 refere-se ao total de horários semanais da turma e o valor 8 é o peso máximo pela preferência do professor.

2. O cálculo do *Fitness* conforme a “quantidade de dias de trabalho do professor” é determinado pelo procedimento apresentado a seguir:

Para cada professor

Verifica o total de dias que está trabalhando. Se estiver trabalhando mais dias que o necessário é aplicado uma penalidade:

$$Fitness2 = Fitness1 \times \left(1 - \frac{total\ dias\ de\ trabalho - total\ dias\ necessário}{5} \right).$$

O valor 5 na fórmula refere-se ao total de dias na semana que as turmas possuem aulas.

3. O cálculo do *Fitness* dependendo “se há apenas uma turma por professor em qualquer horário” é determinado conforme o procedimento apresentado a seguir:

Para cada professor

Verifica-se se há algum horário em que o professor está designado para mais de uma turma. Cada ocorrência é considerada um erro em cada turma.

$$Fitness3 = Fitness2 \times \left(1 - \frac{Erros}{25}\right)$$

O valor 25 refere-se ao total de horários semanais da turma.

4. Já o cálculo do *Fitness* de acordo com a “preferência (ou não) por aulas geminadas” é determinado conforme o procedimento apresentado a seguir:

Para cada professor

Para cada dia em que possui mais de uma aula na mesma turma.

Verifica a preferência do professor. Cada ocorrência contrária a sua preferência é considerada um erro.

$$Fitness4 = Fitness3 \times \left(1 - \frac{Erros}{25}\right)$$

O valor obtido no *Fitness 4* mostra o quão adaptável está o indivíduo a população.

4.5. APLICAÇÃO DO OPERADOR GENÉTICO

Como comentado na seção 4.2 o operador genético aplicado neste trabalho é apenas o da mutação com o propósito de “trabalhar” os seguintes “erros” (restrições):

- O número de aulas, por professor, não pode ser maior que o permitido por dia em uma turma;
- O professor não pode ter mais dias de trabalho do que o necessário;
- O professor não pode atender mais que uma turma em qualquer horário;
- O professor não pode ter aula no dia de hora-atividade.

Para cada uma destas restrições são utilizadas heurísticas de melhoramento. Para “comandar” todas estas heurísticas criou-se uma heurística, que verifica quais são os erros existentes e, por este motivo, tal heurística é chamada de “Verificação”.

4.5.1. Heurística “Verificação”

Esta heurística comanda qual erro será trabalhado a fim de melhorar a população e faz a verificação do critério de parada para a solução do problema.

- 1) Liste os professores que possuem choque de horário;
- 2) Liste os professores que possuem mais aulas que o permitido por dia em uma turma;
- 3) Liste os professores que possuem aulas na hora-atividade;
- 4) Liste os professores com mais dias de trabalho do que o necessário;

- 5) Se não houver nenhum professor na lista, PARE. Caso contrário, siga para o próximo passo;
- 6) Escolha o professor com menor número de erros ou, então, escolha um outro professor que esteja na lista, segundo uma certa probabilidade;
- 7) Liste todos os erros do professor escolhido no passo 6. Se o total de erros for igual a 2, verifique se esses erros ocorrem devido ao professor estar na hora-atividade e, neste caso, o mesmo estará trabalhando mais dias que o necessário; com certa probabilidade, vá ao passo 8 ou volte ao passo 5 e retire da lista geral esse professor. Caso o total de erros seja diferente de 2, vá ao passo 8.
- 8) Sorteie um erro do professor do passo 6 e siga para a heurística de melhoramento específica;
- 9) Repita os passos de 1 a 8 até que o critério de parada seja satisfeito (passo 5).

4.5.2. Heurísticas de Melhoramento

Das cinco heurísticas criadas para os cinco “erros” anteriormente citados, apenas a 1ª. heurística de melhoramento que diz respeito ao número de aulas, por professor, maior que o permitido por dia em uma mesma turma, é descrita neste artigo. Esta heurística “desloca” uma aula do professor para outro dia, diminuindo sua carga horária na turma, no dia em questão com excesso.

- 1) O professor analisado foi selecionado pela Heurística Verificação;
- 2) Verifique o dia e a turma que o professor está com mais aulas que o permitido e registre dois horários de aulas;
- 3) Sorteie um dos horários do passo 2;
- 4) Escolha um horário nos dias que está com aula, independente de estar livre ou não;
- 5) Faça a troca desses horários (mutação).

Para exemplificar (Figura 3), o Professor Anderson possui três aulas na 4ª.-feira; através desta heurística o primeiro horário do professor é trocado pelo terceiro horário na 5ª.-feira onde a professora Noeli está designada. Desta forma, o horário da professora Noeli é alterado e passa a ser designada para o horário antes ocupado pelo professor Anderson.

2ª.- feira	3ª.- feira	4ª.- feira	5ª.- feira	6ª.- feira		2ª.- feira	3ª.- feira	4ª.- feira	5ª.- feira	6ª.- feira
Gisele	Gisele	Anders	Marie	Marie		Gisele	Gisele	Noeli	Marie	Marie
Clarice	Regina	Marie	Rafael	Regina		Clarice	Regina	Marie	Rafael	Regina
Anders	Jucima	Anders	Noeli	Clarice	⇒	Anders	Jucima	Anders	Anders.	Clarice
Rafael	Marie	Gisele	Rafael	Jucima		Rafael	Marie	Gisele	Rafael	Jucima.
Anders	Regina	Anders	Marie	Noeli		Anders	Regina	Anders	Marie	Noeli

Figura 3. Número de Aulas, maior que o permitido por Turma por Dia

4.5.3. Erros Ocasionados pelas Heurísticas de Melhoramento

Ao serem realizadas as mutações (trocas) através das heurísticas de melhoramento, alguns erros podem ocorrer:

- Choque de horários: as heurísticas melhoram o horário do professor selecionado, mas podem gerar choque de horário para outros professores envolvidos no processo;

- Mais dias de trabalho que o necessário: quando houver a troca, as heurísticas não aumentam a quantidade de dias de trabalho do professor selecionado, mas não garantem esta restrição com relação aos outros professores envolvidos na troca;
- Professor com aula no dia de hora-atividade: as heurísticas garantem ao professor selecionado que este não seja designado para o dia de hora-atividade, mas nada garante para os demais professores;
- Professor com mais aulas que permitido em um dia, por turma: heurísticas, com exceção da que soluciona este erro, não garantem nem que o professor que foi selecionado tenha menos aulas que o permitido;
- Preferência ou não por aulas geminadas: nenhuma heurística garante que a preferência (ou não) por aulas geminadas seja satisfeita. Isto se deve ao fato desta restrição ser flexível, ou seja, nenhum resultado será recusado caso um professor não tenha sua preferência contemplada. Vale salientar que esta restrição faz parte do *fitness*, logo o influenciara.

Desta forma, o que garante que os erros anteriormente mencionados não ocorram ou que ocorram em pequenas quantidades é o algoritmo baseado em AG, pois através dos cálculos de *fitness* de cada indivíduo, verifica se aceita (ou não) esta nova solução na população. Caso ocorram muitos erros, o indivíduo tem seu *fitness* penalizado e provavelmente não é aceito. É utilizado o termo provavelmente, pois segundo uma probabilidade, indivíduos com *fitness* pior que o anterior pode ser aceitos.

4.5.4. Heurística de Refinamento – Preferência ou Não por Aulas Geminadas

Depois de encontrada a solução para o problema, aplica-se uma nova heurística (baseada no método manual) comandada pelo algoritmo baseado em AG. Esta consiste em maximizar a preferência dos professores em relação às aulas geminadas.

- 1) Para cada dia da semana verifique se há professor na hora-atividade. Em caso positivo e esta aula não for a primeira aula, troque todas as aulas deste horário com as aulas do primeiro horário;
- 2) Para cada dia da semana, são sorteados dois horários diferentes (caso o item 1 tenha ocorrido, esses horários não poderão ser o primeiro). Troque todas as aulas do primeiro horário sorteado com o segundo horário sorteado;
- 3) Calcule o *fitness* e verifique se aceita a nova população conforme a seleção descrita na seção 4.6;
- 4) Repita os passos de 1 a 3 para certo número definido de iterações.

4.6. SELEÇÃO DO INDIVÍDUO

Existem alguns métodos de seleção do indivíduo. Neste trabalho desenvolveu-se uma variante da seleção bi-classista para seleção da população, uma vez que a população como um todo é uma possível solução para o problema. Na seleção bi-classista, segundo Carvalho e Yamakami (2008), a cada geração são preservados os P% melhores indivíduos e os (100 – P)% dos piores indivíduos da população. Como neste trabalho, a população é a uma possível solução para o problema, foi desenvolvido o seguinte método de seleção:

- 1) Depois de gerada uma possível solução é calculado seu *fitness*;
- 2) Se 70% dos indivíduos possuem *fitness* melhor do que a população anterior, ou seja, para 70% das turmas houve melhora na designação dos professores conforme as restrições nas quais o problema esta sujeito, aceite toda a população e continue o algoritmo gerando uma nova população. Caso contrário, vá ao passo 3;

- 3) Se a nova solução gerou de 50% a 70% de melhores indivíduos, é possível aceitar esta nova população segundo uma probabilidade e prosseguir para a próxima geração. Caso contrário, vá ao passo 4;
- 4) Esta nova solução é desconsiderada e considera-se a solução anterior. Gera-se então uma nova solução e retorna-se ao passo 1.

As heurísticas, implementadas em VB, foram baseadas no processo manual de construção manual da grade horária em uma escola, mas gerenciadas pelo algoritmo baseado em Algoritmo Genético.

5. MÉTODO MISTO: ABORDAGEM DO PROBLEMA REAL ATRAVÉS DE MODELO MATEMÁTICO E ALGORITMO BASEADO EM ALGORITMO GENÉTICO

Esta nova abordagem resolve o problema através do modelo matemático sem adicionar à modelagem matemática as restrições de preferência por aulas geminadas que juntas compõem mais de 50% das restrições geradas. Decidiu-se trabalhar o problema desta forma devido ao alto tempo de processamento através do *software LINGO*.

Depois de encontrada a solução para o problema através do modelo matemático, trabalha-se a melhoria da solução com a Heurística de Refinamento – Preferência ou não por aulas geminadas, descrita em 4.5.4, implementada em VB também.

Desta forma, encontra-se uma solução mais rápida em relação a primeira alternativa aqui apresentada, “modelo matemático completo”, seção 3, e com um resultado bastante satisfatório, de preferência por aulas geminadas pode ser considerada como uma restrição flexível, ou seja, nenhum resultado será recusado se a preferência não for atendida.

6. RESULTADOS FINAIS - GRÁFICOS COMPARATIVOS

Geradas as grades horárias pelos métodos descritos nas seções 3, 4 e 5, nesta presente seção são apresentados alguns gráficos comparativos. Quanto a análise dos resultados obtidos observa-se, de um modo geral, que as turmas designadas para alguns professores em certos dias são as mesmas nos vários métodos.

Deve-se salientar que existe uma solução ótima para o problema, ou seja, foram atendidas todas as restrições pedagógicas e de preferência dos professores. Assim, nenhum professor trabalha no dia de não vínculo preferido, assim como é satisfeita a restrição de preferência ou não por aulas geminadas.

Os Gráficos 1, 2 e 3, apresentados a seguir, mostram, em percentuais, o quanto cada método contemplou as seguintes restrições:

- Professores contemplados com a primeira opção pelo dia de não vínculo;
- Professores sem aulas designadas no dia de hora-atividade;
- Professores com total de dias de trabalho necessário em sala de aula contemplado;
- Professores com aulas geminadas solicitadas;
- Professores com aulas não geminadas solicitadas.

A preferência pelo dia de não vínculo (restrição mais importante para os professores da pesquisa realizada) e a restrição referente ao professor não ter aula na hora-atividade não foram contempladas em todos os métodos. Em ambas, um professor não possui a restrição contemplada apenas pelo método manual (Gráficos 1 e 2).

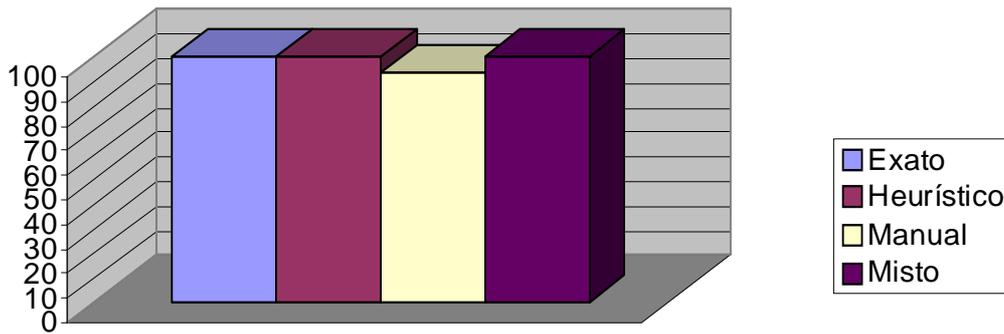


Gráfico 1. Percentual de professores contemplados com a primeira opção do dia de não vínculo

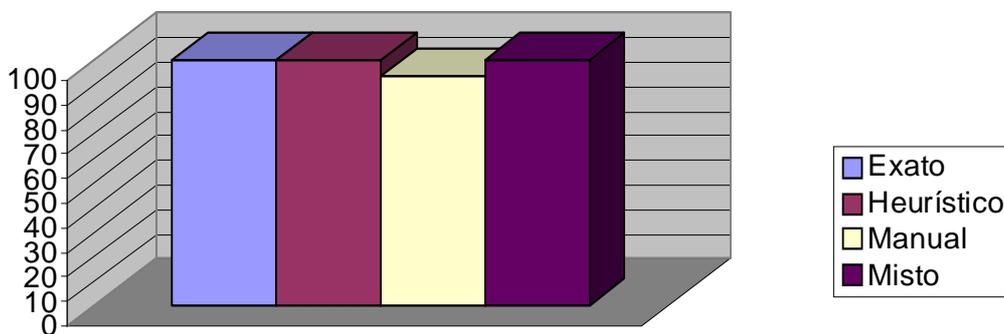


Gráfico 2. Percentual de professores que não possuem aulas no dia de hora-atividade

Como consequência do fato de um professor ter, atualmente, aula na hora-atividade tem-se o aumento do total de dias trabalhados em sala de aula. O Gráfico 3, a seguir, mostra que há professor que não possui o total de dias trabalhos satisfeito. Este professor é a professora Jucimara que possui 14 aulas, logo deve trabalhar 3 dias, mas devido ao fato de uma aula estar em sua hora-atividade, o total de dias trabalhados é aumentado para 4 dias.

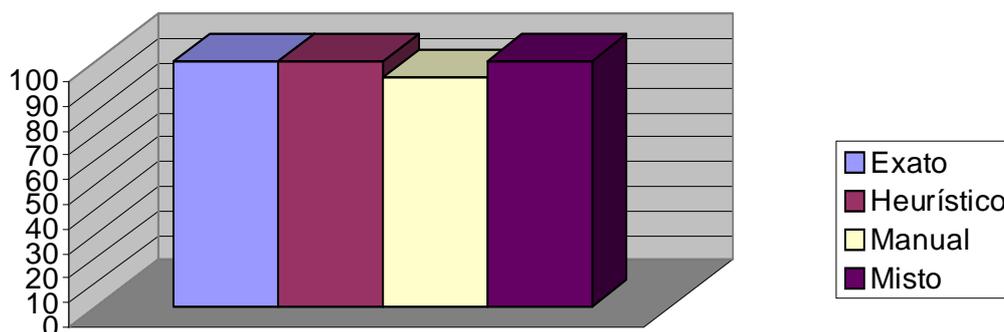


Gráfico 3. Percentual de professores com total de dias de trabalho necessário em sala de aula

A opção por aulas geminadas é uma restrição que não inviabiliza o horário; ela é considerada flexível uma vez que se não for atendida, o professor não recusará seu horário. O modelo matemático mostra que esta preferência gera quase 50% das restrições, logo ela torna o trabalho mais complexo; assim os Gráficos 4 e 5, a seguir, apresentam os resultados referentes às restrições de preferência por aula geminada. O Gráfico 4 indica que no método

misto, nenhum professor com preferência por aula geminada, teve sua opção satisfeita por completo.

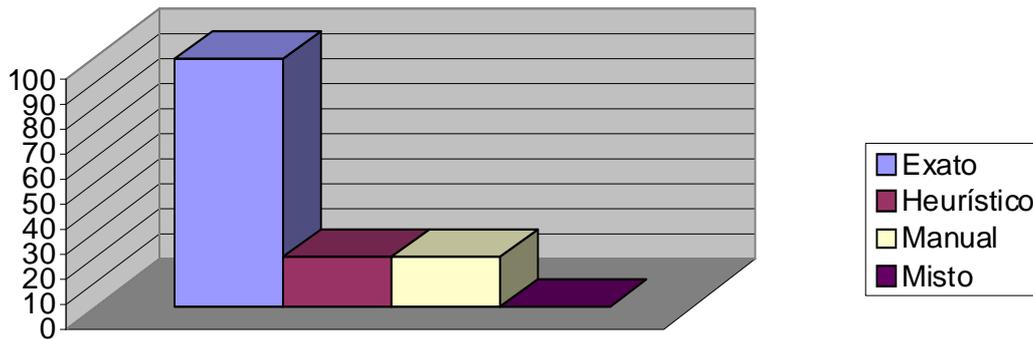


Gráfico 4. Percentual de professores com a preferência por aula geminadas por completo

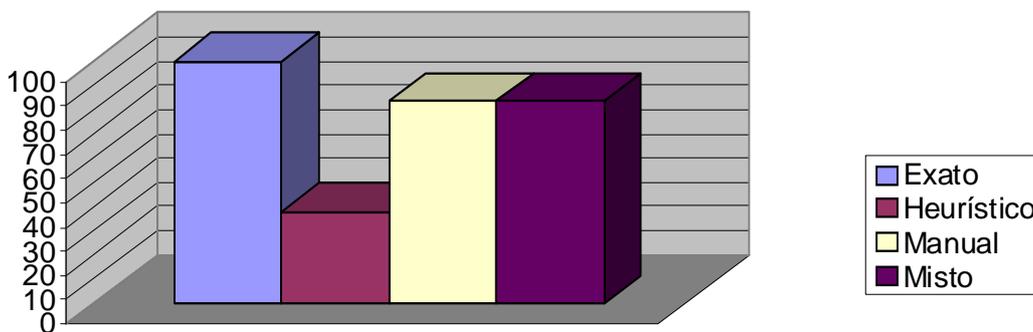


Gráfico 5 - Percentual de professores com preferência por aulas não geminadas

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na comparação das grades horárias geradas, através das três técnicas (modelo matemático, abordagem heurística e mista) não é possível a realização em termos percentuais de uma comparação geral. Isto se deve ao fato de que uma grade horária pode conter apenas um “erro” e, no entanto, esse ser de extrema gravidade para os professores como, por exemplo, o fato pelo dia de não vínculo não ser contemplado, assim como pode conter vários “erros” e, por outro lado, não ser recusada pelos professores, como no caso das restrições referentes às aulas geminadas.

Analisando os resultados obtidos, apresentados na seção 6, observa-se que as turmas designadas para alguns professores, em alguns dias, são as mesmas através das várias técnicas, assim como alguns dos horários vagos, o que sugere que todas as soluções estão em direção à solução ótima. Deve-se salientar que existe uma solução ótima para o problema, ou seja, todas as restrições pedagógicas e de preferência dos professores são satisfeitas.

Os métodos implementados apresentaram soluções satisfatórias, pois através da pesquisa realizada com os professores da Escola Municipal Planalto dos Pinheiros, Araucária, PR, todos os horários foram bem aceitos; caso as restrições mais importantes (preferência pelo dia de não vínculo e não ser designada aula para o dia de hora-atividade) não fossem contempladas, o horário elaborado não seria aceito. Já a restrição de aulas geminadas não implica na recusa do horário.

Assim, para este estudo de caso, os resultados obtidos pelos métodos propostos neste trabalho mostram-se mais eficientes que o método manual. No método manual, a preferência pelo dia de não vínculo de um professor não é respeitada e uma professora que

possui carga horária inferior às 15 horas aula/semana tem uma aula designada no dia de hora-atividade.

Em todos os métodos, exceto no modelo matemático (solução ótima), não é respeitada, por completo, a preferência em relação às aulas geminadas de todos os professores, para poder satisfazer as restrições mais importantes. Este resultado não é surpreendente, pois as heurísticas nem sempre conseguem gerar a solução ótima, ainda mais num problema como a designação de carga horária de professores que para este estudo de caso (escola com 10 turmas e 18 professores, cuja modelagem matemática gerou 2.819 restrições e 2.090 variáveis binárias de decisão).

Para trabalhos futuros, sugere-se a aplicação dos métodos apresentados neste trabalho a várias situações referentes ao número de turmas, professores e, também, escolas. Além disso, pode-se hibridizar a abordagem mista com outro algoritmo e não o apresentado neste artigo ou ainda utilizar variáveis de folgas, no modelo matemático, no que se refere as preferências dos professores, uma vez que são restrições fracas para o “fechamento” do trabalho.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Secretaria Municipal de Educação e a Escola Municipal Planalto dos Pinheiros, da cidade de Araucária, PR, pela concessão dos dados para o desenvolvimento do trabalho.

8. REFERÊNCIAS

BORGES, S. K. **Resolução de timetabling utilizando algoritmos genéticos e evolução cooperativa**. Curitiba, 2003. 79 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

BRAZ JUNIOR, O. de O. **Otimização de horários em instituições de ensino superior através de algoritmos genéticos**. Florianópolis, 2000. 73. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina.

BRUNA, M. D.; COSTA, E. O.; POZO, A. R. **Resolução de “timetabling” utilizando evolução cooperativa**. Disponível em: <http://www.sbc.org.br/reic/edicoes/2003e1/cientificos/resumo03.html> Acessado em 10 de ago. 2004.

CARVALHO, M. B.; YAMAKAMI, A. Meta-heurística Híbrida de Sistema de Colônia de Formigas e Algoritmo Genético para o Problema do Caixeiro Viajante. **Revista TEMA - Tendências Matemática Aplicada e Computacional**, Vol. 9, No. 1. p. 31-40, 2008

COLORNI, A.; DORIGO, M.; MANIEZZO, V. Metaheuristics for high school timetabling. **Computational Optimization and Applications**, Vol. 9, No. 3, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, NL, p. 275-298, 1998.

CONCILIO, R. **Contribuições à solução de problemas de escalonamento pela adição conjunta de computação evolutiva e otimização com restrições**. Campinas, 2000. 118 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas.

COSTA, D. M. B. **Distribuição das cargas horárias de professores numa instituição de ensino.** Curitiba, 1994. 55 f. Monografia (Especialização em Matemática Aplicada) – Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

COWLING, P.; KENDALL, G.; HAN, L. **An investigation of a hyperheuristic genetic algorithm applied to a trainer scheduling problem.** Disponível em: <<http://www.cs.nott.ac.uk/~gxx/papers/cec2002lxx.pdf>> Acessado em: 20 de fev. 2005.

GOES, A. R. T. **Otimização na Distribuição da Carga Horária de Professores – Método Exato, Método Heurístico, Método Misto e Interface.** Curitiba, 2005. 129 f. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) – Setor de Ciências Exatas e Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning.** Inc. Massachusetts: Addison-Wesley Publishing Company, 1989.

KOTSKO, E. G. S. **Otimização na construção da grade horária escola – uma aplicação.** Curitiba, 2003. 66 f. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia) – Setor de Ciências Exatas e Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

LDB. Lei de Diretrizes e Bases – nº 9394/96.

LOPES, M. C.; SCHOEFFEL, P. **Um método de designação para o problema de reservas de sala de aula.** In: CONGRESSO BRASILEIRO DE COMPUTAÇÃO, II, Itajaí, 2002.

LUCAS, D. C. **Algoritmos Genéticos: um estudo de seus conceitos fundamentais e aplicação no problema de grade horária.** Pelotas, 2000. 57 f. Monografia (Bacharelado em Informática) – Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

PINHEIRO, P. R.; OLIVEIRA, J. A. **Um ambiente de apoio a construção de horário escolar na WEB: modelagem implementação e aplicação nas escolas de ensino médio.** In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, XXXIII, Campos do Jordão-SP. 2001.

SORROCHE, R.; LOPES, M. C. **Análise comparativa de algoritmos de grafos para um sistema de auxílio à matrícula de alunos.** In: Seminco – Seminário de Computação, XII. Itajaí, 2003.

SOUZA, M. J. F.; MACULAN, N.; OCHI, L. S. **Uma heurística para o problema de programação de horários em escolas.** In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, XXIII, São Carlos-SP. 2001.

ZAMBONI, L. V. de S.; SIQUEIRA, P. H. **Aplicações de meta-heurística no problema de designação de turmas às salas de aula na Universidade Federal do Paraná.** In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, Campos do Jordão-SP. 2001.

Optimization in the class/teacher timetabling problem: Exact, Heuristic and Mixed Methods

Anderson Roges Teixeira Góes¹, artgoes@ufpr.br

Deise Maria Bertholdi Costa¹, deise@ufpr.br

Maria Teresinha Arns Steiner², tere@ufpr.br

¹Universidade Federal do Paraná (UFPR), Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Departamento de Expressão Gráfica, Curitiba, PR

²Universidade Federal do Paraná (UFPR), Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Departamento de Engenharia de Produção, Curitiba, PR

Received: December, 2009 / Accepted: April, 2010

ABSTRACT

At the beginning of a school year, in any educational institution, there is always a concern about the distribution of the classes' days and schedules for each one of their teachers. Besides all computational advances, the majority of schools still make the construction of the scholar scheduling table in a manual way, making this task too slow and inefficient. The goal of this paper is to present three techniques (exact, heuristic and mixed) which can find a solution that meets the pedagogical and operational constraints of the institutions, as well as the preferences of each teacher in relation to the classes' days and schedules. In order to compare the techniques performances, it was developed a prototype for a scholar schedule of a municipal school located in Araucária, PR city. All the three methods utilized in this paper presented better results to the study case analyzed.

Keywords: Optimization in the construction of the scholar table. Linear integer binary mathematical model. Genetic algorithms
