

## Programação integrada de veículos e motoristas: uma visão geral

Bruno de Athayde Prata<sup>1,2</sup>, [baprata@ifce.edu.br](mailto:baprata@ifce.edu.br)

<sup>1</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE), Quixadá, CE, Brasil

<sup>2</sup> Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), Porto, Portugal

\*Recebido: Julho, 2009 / Aceito: Abril, 2010

### RESUMO

*Este artigo tem como objetivo apresentar uma revisão bibliográfica acerca do problema de programação integrada de veículos e motoristas, o qual é aplicável na otimização de sistemas de transporte público. As abordagens tradicionais sequenciais são apresentadas. Os principais modelos matemáticos para a abordagem integrada são expostos. Por fim, abordagens para a resolução do problema integrado, por meio de heurísticas, branch-and-bound, relaxação lagrangeana, geração de colunas e de meta-heurísticas são apresentadas.*

**Palavras-chave:** Pesquisa Operacional. Planejamento dos Transportes. Otimização Combinatória.

### 1. INTRODUÇÃO

O transporte público é um serviço, oferecido para a população, o qual está intrinsecamente relacionado à qualidade de vida dos cidadãos. Um dos fatores que restringem o acesso dos indivíduos aos sistemas de transporte público, especialmente nos países em desenvolvimento, é o valor da tarifa.

A operação de transportes urbanos incorre em elevados custos para as empresas do setor, sendo que os componentes do sistema que mais contribuem para tais custos são os veículos e os tripulantes. Deste modo, a programação de ônibus e motoristas é de suma relevância para uma utilização racional de tais recursos, e, por conseguinte, para a eficiência operacional do sistema.

Tradicionalmente, tal escalonamento é realizado manualmente pelos técnicos das empresas de transporte público. Devido à complexidade de tal tarefa, esta pode consumir dias ou mesmo semanas de planejamento. Diante de tal problema, o uso de computadores vem se disseminando no setor, de modo a agilizar e flexibilizar tal processo.

Também é usual efetuar a alocação de ônibus e de tripulantes de uma maneira sequencial. Todavia, segundo diversos pesquisadores, esta prática não aproveita os recursos supracitados da melhor forma, enquanto em uma abordagem integrada, isto é, em um escalonamento simultâneo de veículos e de tripulantes, pode-se reduzir ainda mais os custos operacionais.

Este artigo tem como objetivo reportar um levantamento bibliográfico acerca das abordagens integradas para o escalonamento de veículos e motoristas. O estado da arte foi explorado em uma extensa revisão bibliográfica, sendo que os trabalhos considerados mais importantes foram destacados no presente trabalho.

O artigo é dividido em outras cinco seções, a saber. Na segunda seção, o processo de planejamento de sistemas de transportes públicos é apresentado. Na terceira seção, as abordagens para a programação de veículos e de motoristas são descritas. Na quarta seção, o problema de escalonamento integrado de veículos e motoristas é discutido, em termos de princípios, motivação, abordagens exatas e heurísticas. Por fim, na quinta seção, considerações finais sobre a revisão bibliográfica são oferecidas.

## 2. PLANEJAMENTO EM COMPANHIAS DE TRANSPORTE PÚBLICO

De acordo com Manheim (1980), um sistema de transportes é composto pelos passageiros e bens a serem transportados, pelos veículos que efetuam estes deslocamentos e pela rede de infra-estrutura de transportes que permite a operação do sistema. Nesse contexto, a Engenharia de Transportes prima por planejar, projetar, construir, operar, manter e gerenciar sistemas de transportes.

O transporte urbano refere-se ao transporte realizado nas cidades (urbes), seja ele de passageiros ou de cargas. Já o termo transporte público diz respeito ao transporte de passageiros, o qual geralmente é organizado em linhas regulares, com rotas e horários pré-estabelecidos.

O planejamento dos transportes públicos é composto pelas seguintes principais etapas (SOUSA et al., 2000; DIAS et al., 2001; CEDER, 2002): definição da rede de atendimento, definição da tabela de horários, escalonamento dos veículos às viagens e escalonamento das tripulações aos veículos. Weider (2007) divide o planejamento dos transportes públicos em duas grandes fases: o planejamento estratégico, que compreende o projeto da rede de atendimento, o planejamento das linhas e a definição da tabela de horários; e o planejamento operacional, o qual consiste no escalonamento dos veículos, na alocação de serviços e no rodízio das tripulações.

A seguir, na Figura 1, é ilustrado, de forma esquemática, o processo de planejamento de transportes públicos.

O projeto da rede consiste na definição das rotas a serem seguidas pelos veículos, de forma a atender uma demanda prognosticada. O planejamento das linhas consiste na definição dos veículos, bem como de suas respectivas frequências, a percorrerem pontos de origem-destino para o atendimento da demanda estipulada. O planejamento dos pontos de parada consiste na determinação de pontos, intermediários ao par origem-destino, nos quais os veículos irão efetuar o embarque e o desembarque de passageiros. A definição da tabela de horários vai transformar rotas, frequências e a topologia da rede em viagens. O escalonamento dos veículos consiste na designação de veículos para efetuarem as viagens definidas na concepção da tabela de horários. O escalonamento das tripulações consiste na alocação de operários (tripulantes) aos veículos, os quais irão efetuar as viagens planejadas, gerando um conjunto de serviços. Por fim, o planejamento dos rodízios das tripulações consiste na determinação do plano de trabalho de um tripulante ao longo de um período, seja uma semana ou um mês de trabalho, por exemplo.

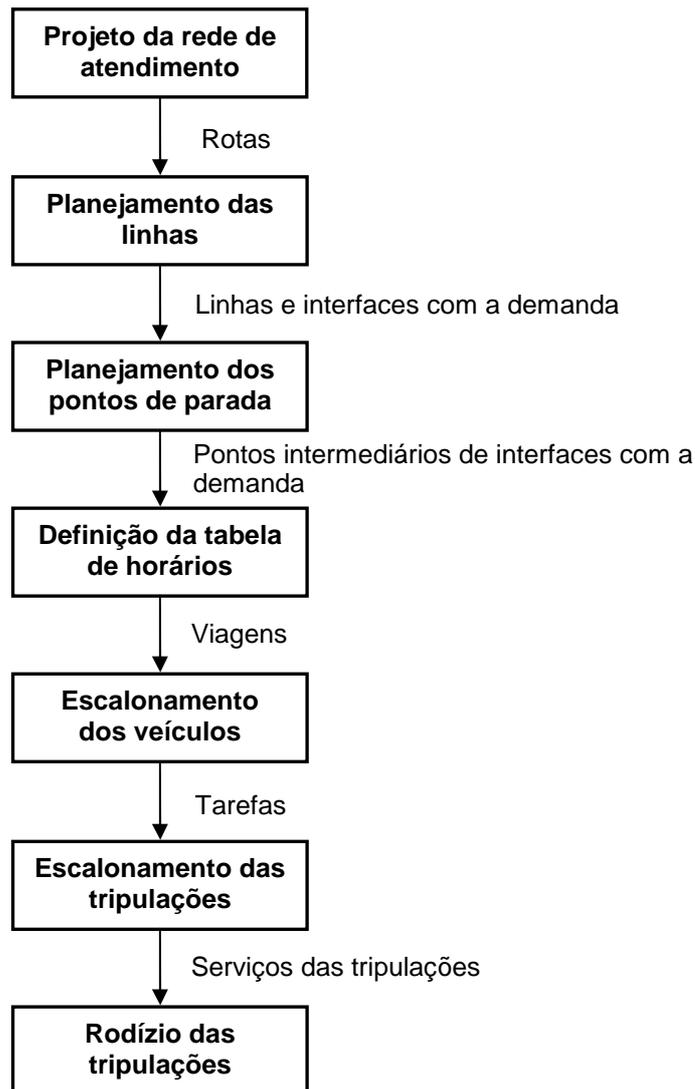


Figura 1: O processo de planejamento de transportes públicos.

Ceder (2002) destaca os seguintes dados a serem levantados, no que se refere ao planejamento de transportes públicos:

- Topologia da rede de atendimento: (i) número de rotas; (ii) nós, paradas e tempos em uma rota; (iii) padrões (seqüências de nós em uma rota).
- Demanda de passageiros e nível de serviço: (i) carregamentos de passageiros entre dois pontos adjacentes em uma rota; (ii) número desejado de passageiros à bordo do veículo em trânsito; (iii) política de freqüência dos veículos.
- Características dos veículos: (i) tipo de veículo; (ii) capacidade do veículo; (iii) tempo de viagem do veículo entre pontos notáveis de uma rota.
- Características das viagens: (i) tempos de escalas (layovers) máximos e mínimos; (ii) tolerâncias nas partidas das viagens (atraso máximo de partida e adiantamento máximo de partida).
- Informações sobre viagens em vazio (deadheads): (i) nome e localização das garagens; (ii) lista dos locais de início e término das viagens; (iii) tempos de viagens em vazio a partir da garagem para os locais de início das viagens (pull-ins); (iv) tempos de viagens em vazio dos locais de término das viagens para a garagem (pull-

outs); (v) matriz de tempos de viagens em vazio entre todas as origens e destinos das viagens.

- Informações sobre pontos de rendição: (i) localização dos pontos de rendição; (ii) tempos de viagens entre os pontos de rendição.
- Restrições nos serviços de pessoal tripulante: (i) tipo de serviço; (ii) duração do serviço; (iii) número de mudanças de veículo em um serviço (changeovers); (iv) paradas para lanche; (v) composição do serviço; (vi) outras regras de regime de trabalho.
- Prioridade de tripulantes e regras de rodízio: (i) lista dos tripulantes por nome e tipo; (ii) prioridade do tripulante ou regras de igualdade; (iii) descrição da jornada de trabalho.

Huisman (2004) analisa as diferenças entre planejamento de transportes públicos de ônibus, aviões e trens e conclui que o planejamento de ônibus e aviões tem o mesmo grau de dificuldade, enquanto que o planejamento do transporte ferroviário é muito mais complexo do que as demais modalidades de transporte mencionadas. A complexidade do planejamento do transporte ferroviário diz respeito às restrições operacionais dos veículos, que dificultam sua programação.

Apesar do processo apresentado na Figura 1 ser seqüencial, o planejamento de sistemas de transporte público possui retro-alimentações (*feedbacks*) entre cada elo e os demais, pois todas estas etapas estão interligadas, umas mais fortemente do que outras. Deste modo, nota-se a importância de se efetuar um planejamento integrado de todas estas etapas, com vistas a obter um sistema de transportes mais eficaz e eficiente.

É importante salientar que cada um destes elos do processo de planejamento de sistemas de transportes públicos é extremamente complexo. Diante deste fato, analisar todas as etapas em um processo de planejamento integrado tornaria tal prática praticamente inviável. Portanto, o planejador deve sempre gerir o *trade-off* entre os ganhos de efetividade advindos da integração e a complexidade do sistema a ser planejado.

Ceder (2001) apresenta uma metodologia para integrar, de forma eficiente, a definição das tabelas de horário e o escalonamento dos veículos. O autor demonstra que a metodologia proposta pode melhorar a interação entre a demanda de passageiros e a frequências dos veículos, ainda implicando em uma minimização dos recursos de frota empregados.

A experiência tem demonstrado a dificuldade de se alterar o planejamento estratégico de sistemas de transportes público, fato que dificulta sua integração com a fase operacional do mesmo. Weider (2007), após realizar uma análise histórica, salienta que é muito difícil realizar modificações da rede de atendimento de um sistema de transporte público, pois tal procedimento envolve despesas com remoção e/ou adição de pontos de parada, alteração de tabelas de horários, construção de novas facilidades e elaboração de campanhas publicitárias para informação dos passageiros sobre as mudanças.

Deste modo, a retro-alimentação entre os planejamentos operacional e estratégico de sistemas de transporte público é bastante restrita sob o ponto de vista prático. As possibilidades de integração residem na sua realização no início da concepção do sistema de transporte ou em um processo contínuo de retro-alimentação no planejamento das etapas do nível operacional.

Os escalonamentos de veículos e de pessoal tripulantes são alvos de inúmeras pesquisas devido à potencialidade de redução de custos advinda de sua otimização (DADUNA e PAIXÃO, 1995; WREN e ROSSEAU, 1995). A seguir, estes dois problemas serão analisados isoladamente, como introdução ao processo de suas integrações.

### 3. ABORDAGENS TRADICIONAIS PARA A PROGRAMAÇÃO DE VEÍCULOS E TRIPULANTES

#### 3.1 PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE VEÍCULOS

O problema da programação de veículos (*Vehicle Scheduling Problem* – VSP) consiste em designar um conjunto de veículos a um conjunto de viagens, de modo a minimizar uma função de desempenho relacionada ao capital investido e aos custos operacionais (CARRARESI e GALLO, 1984; FRELING *et al.*, 1999a; BAITA *et al.*, 2000). Tal função normalmente expressa o número de veículos alocados, o custo operacional e os tempos não produtivos (tempos de espera, viagens em vazio, etc.).

Segundo Daduna e Paixão (1995), em termos da teoria dos grafos, o VSP pode ser descrito como a determinação do conjunto de circuitos de menor custo em um grafo, de modo a serem cobertas todas as viagens. Se o custo fixo associado aos veículos é elevado, o VSP corresponde a encontrar o número mínimo de veículos necessários para operar todas as viagens, o que corresponde ao serviço com mínimo custo operacional.

De acordo com Daduna e Paixão (1995), os três principais tipos de VSP são: o VSP simples, o VSP com número fixo de veículos e o VSP com múltiplos depósitos (*Multiple Depot Vehicle Scheduling Problem* – MDVSP). Freling *et al.* (1999a) apresentam algoritmos polinomiais para o VSP; contudo, o MDVSP é NP-difícil (DADUNA e PAIXÃO, 1995).

Freling *et al.* (1999a) e Freling *et al.* (2001a) apresentam um modelo de quase-alocação (*quasi-assignment model*) para o VSP. Seja  $V$  o conjunto de vértices incluindo as origens das viagens, os destinos das viagens e os depósitos;  $A$  o conjunto de arcos compreendendo as viagens e as viagens em vazio;  $c_{ij}$  o custo do arco  $(i, j) \in A$ ; e  $y_{ij}$  uma variável de decisão binária que é igual a 1 se o veículo cobre a viagem  $j$  exatamente após a viagem  $i$ , sendo 0 caso contrário, pode-se estabelecer o seguinte modelo matemático:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} y_{ij} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j:(i,j) \in A} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\sum_{i:(i,j) \in A} y_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \quad (3)$$

$$\sum_{j:(i,j) \in A} y_{id} \leq n \quad \forall i \in N \quad (4)$$

$$\sum_{i:(i,j) \in A} y_{dj} \leq n \quad \forall j \in N \quad (5)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j) \in A \quad (6)$$

A equação (1) representa a função objetivo, na qual o custo de designação dos veículos às viagens deve ser minimizado. Os conjuntos de restrições (2) e (3) garantem que cada viagem será atendida por apenas um veículo. Os conjuntos de restrições (4) e (5) permitem que no máximo  $n$  arcos incidam sobre o depósito. As restrições do tipo (6) impõem o caráter binário às variáveis de decisão.

Carrarese e Gallo (1984) apresentam um modelo baseado em fluxo em redes com múltiplos produtos (*multicommodity network flow model*) para o MDVSP, o qual é formulado matematicamente como segue:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{k=1}^l \sum_{(i,j) \in A \cup A^*} c_{ij} x_{ij}^k \quad (7)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in J(l)} x_{ij}^k = y_{ik} \quad \forall i \in N, \forall k \in L \quad (8)$$

$$\sum_{i \in I(l)} x_{ij}^k = y_{jk} \quad \forall j \in N, \forall k \in L \quad (9)$$

$$\sum_{(i,j) \in A^*} x_{ij}^k \leq a_k \quad \forall k \in L \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^l y_{ik} = 1 \quad \forall i \in N \quad (11)$$

$$x_{ij}^k \geq 0 \quad \forall (i,j) \in A \cup A^*, \forall k \in L \quad (12)$$

$$y_{ik} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall k \in L \quad (13)$$

O MDVSP é modelado em um grafo bipartido do tipo  $N = (S, T, A \cup A^*)$ , em que  $s_i, i=1, \dots, n$ , consistem no nós com oferta de fluxo;  $t_j, j=1, \dots, n$ , consistem nos nós com demanda de fluxo,  $A = \{(s_i, t_j): (v_i, v_j)\}$  é o conjunto de arcos entre os nós de oferta e demanda e as viagens compatíveis, e  $A^* = \{(s_i, t_j): (s_i, t_j) \notin A\}$ .

No modelo são consideradas  $n$  viagens e  $k$  depósitos, cada qual com capacidade  $a_k$ . Para todo arco  $(i, j) \in A$ , a variável  $x_{ij}^k$  é igual a 1 se um veículo, alojado no depósito  $k$ , efetua as viagens  $v_i$  e  $v_j$  em seqüência, sendo igual a 0 caso contrário. Para todo arco  $(i, j) \in A^*$ , a variável  $x_{ij}^k$  é igual a 1 se as viagens  $v_i$  e  $v_j$  são, respectivamente, a primeira e a última viagens do veículo alocado ao depósito  $k$ . Para todo  $i=1, \dots, n$ , a variável  $y_{ik}$  é igual a 1 se a viagem  $v_i$  é coberta por um veículo alojado no depósito  $k$ , sendo 0 caso contrário.

A equação (7) consiste na função objetivo a ser minimizada, na qual o custo de alocação de veículos às viagens deve ser minimizado, sendo que os veículos podem partir e chegar a múltiplos depósitos. Os conjuntos de restrições (8) e (9) impõem que uma viagem não seja coberta por mais de um veículo. O conjunto de restrições (10) impõe que a capacidade dos depósitos seja respeitada. O conjunto de restrições (11) impõe que a viagem  $v_i$  seja alocada a apenas um veículo, advindo do depósito  $k$ . As restrições do tipo (12) e (13) referem-se à definição das variáveis de decisão.

Nota-se que o MDVSP possui um modelo matemático extremamente complexo, no qual os números de variáveis e de restrições são elevados para problemas de médio e grande porte. O MDVSP é NP-Difícil, não sendo conhecidos algoritmos polinomiais para sua resolução.

Carraresi e Gallo (1984) descrevem duas heurísticas clássicas para o MDVSP: primeiro agrupa – depois aloca (*cluster first – schedule second*) e primeiro aloca – depois agrupa (*schedule first – cluster second*).

Pepin *et al.* (2006) apresentam um estudo comparativo entre cinco diferentes abordagens heurísticas para o MDVSP: uma heurística de um *solver* para programação linear inteira mista, uma heurística lagrangeana, uma heurística de geração de colunas, uma heurística de busca em grande vizinhança (*Large Neighborhood Search*) usando geração de colunas para avaliação da vizinhança e um algoritmo Busca Tabu. Esta comparação demonstrou que a técnica de geração de colunas produz soluções de melhor qualidade, quando há tempo computacional disponível.

Baita *et al.* (2000) analisam diferentes abordagens de solução do VSP na prática e constatam que muitos requerimentos dos problemas reais não são considerados nos métodos de solução. Os autores ressaltam a natureza multiobjetivo do problema e propõem alguns algoritmos para a solução do VSP considerando múltiplos objetivos: um modelo de designação com ponderação de critérios, uma abordagem baseada em programação lógica e um Algoritmo Genético para produzir um conjunto de soluções não-dominadas. Os autores concluem que a o Algoritmo Genético não apresenta performance competitiva, se comparada às outras duas abordagens.

No que concerne ao VSP, os seguintes objetivos podem ser destacados (Baita *et al.*, 2000): minimização do número de veículos; minimização do número de mudanças de linhas; minimização do número e do comprimento das viagens em vazio; e minimização dos tempos ociosos dos veículos nos terminais.

Haghani *et al.* (2003) apresentam um estudo comparativo de modelos para a programação de veículos: dois modelos com um depósito e restrições de tempo de percurso (*single depot models with route time constraints*) e um modelo com múltiplos depósitos e restrições de tempo de percurso (*multiple depot model with route time constraint*). Ao solucionarem instâncias reais de grande porte advindas do sistema de transporte público de Baltimore, situada em Maryland, Estados Unidos, os autores concluem que a velocidade de viagem em vazio (*deadhead speed*) é um importante parâmetro para a programação de veículos. Os autores demonstram, em diversos experimentos, que o modelo considerando um único depósito se comporta melhor do que os modelos que consideram múltiplos depósitos.

De acordo com Daduna e Paixão (1995), o ponto mais importante a ser compreendido na programação de veículos é que esta não pode ser eficientemente efetuada sem a intervenção de pessoas. A experiência dos técnicos que trabalham em empresas de transporte público é de fundamental importância para a alteração de soluções geradas por modelos matemáticos ou computacionais, adequando-as ao contexto prático.

### 3.2 PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE TRIPULAÇÕES

O problema de programação de tripulações (*Crew Scheduling Problem – CSP*) consiste em alocar tripulações para o cumprimento de viagens em sistemas de transportes. Um caso particular do CSP é o problema de escalonamento de motoristas de ônibus (*Bus Driver Scheduling Problem – BDSP*) no qual se deve construir um conjunto legal de tarefas efetuadas por um motorista em um dia de trabalho, de modo que todos os motoristas cubram as escalas dos veículos (WREN e ROSSEAU, 1995).

O CSP consiste na concepção de escalas de tripulações para um determinado escalonamento de veículos, sendo que uma escala corresponde ao trabalho diário realizado pelos tripulantes. O tempo consumido pela tripulação corresponde a viagens produtivas, viagens não produtivas (*deadheads*, *pull-in trips* e *pull-out trips*) e tempos de espera. De acordo com as legislações trabalhistas de cada cidade, o CSP possui uma série de restrições inerentes à jornada de trabalho dos tripulantes.

Os locais onde os tripulantes podem iniciar ou terminar uma viagem, ou mesmo um segmento da viagem, são denominados pontos de rendição (*relief points*). O trabalho decorrido entre dois pontos de rendição é denominado tramo (também conhecido como peça de trabalho, ou em inglês, *piece-of-work*) e este corresponde à menor unidade de trabalho de uma tripulação. A escala de um tripulante é um conjunto de tramos.

O CSP está entre os mais difíceis problemas de otimização combinatória, sendo pertencente à classe NP-difícil (MARTELLO e TOTH, 1986). Geralmente, são utilizadas duas principais abordagens para resolver o problema: cobertura de conjuntos (*Set Covering Problem – SCP*) e particionamento de conjuntos (*Set Partitioning Problem – SPP*).

A modelagem por meio de cobertura de conjuntos é mais desejável sobre o ponto de vista computacional, pois incorre em um menor tempo de processamento se comparada à modelagem baseada em particionamento de conjuntos. Contudo, as soluções geradas pelo modelo SCP precisam ser corrigidas, pois mais de uma tarefa pode ser coberta por um motorista ao mesmo tempo.

Tal problema não ocorre com o modelo SPP, que se mostra mais robusto para a resolução do CSP. Todavia, o SPP possui um espaço de busca extremamente restrito e constitui-se em um dos mais difíceis problemas de otimização combinatória existentes.

Sejam dados uma matriz  $A$ , de ordem  $m \times n$ , cujos elementos  $a_{ij} \in \{0,1\}$ ; um vetor de custos  $\mathbf{c}$ , com  $n$  elementos, em que cada componente representa o custo associado à coluna  $j$  da matriz  $A$ ; e  $x_j$  uma variável de decisão binária que é igual a 1 se a tarefa está na solução, sendo 0 caso contrário; o modelo matemático para o CSP, baseado no SCP, é apresentado a seguir:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (14)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1 \quad \forall i = 1, \dots, m. \quad (15)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j = 1, \dots, n. \quad (16)$$

A função objetivo representada pela equação (14) prima por cobrir as tarefas com os recursos disponíveis ao menor custo possível. A restrição (15) garante o cobrimento de todas as linhas da matriz  $A$ . A restrição (16) ilustra o caráter binário das variáveis de decisão. Caso as restrições em (15) sejam convertidas em relações de igualdade, tem-se o modelo SPP.

De acordo com Park e Ryu (2006), ao invés de se adotar um modelo SCP para a otimização de serviços de pessoal tripulante, pode-se usar um modelo de máxima cobertura (*Maximal Covering Problem* – MCP) para encontrar um subconjunto de serviços que cubram a maior quantidade possível de tramos. Segundo a experiência destes autores, a abordagem MCP deixa muito menos tramos descobertos do que um modelo SCP.

O MCP pode ser formulado matematicamente como segue:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^m y_i \quad (17)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n x_j = d \quad (18)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + y_i \geq 1 \quad \forall i = 1, \dots, m. \quad (19)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j = 1, \dots, n. \quad (20)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i = 1, \dots, m \quad (21)$$

A função objetivo representada pela equação (17) consiste na minimização dos tramos descobertos. O conjunto de restrições (18) impõe que um número pré-determinado de serviços  $d$  seja selecionado na solução. As restrições do tipo (19) garantem o cobrimento de todas as linhas da matriz  $A$ . Os conjuntos de restrições do tipo (20) e (21) ilustram o caráter binário das variáveis de decisão.

Nota-se que o modelo acima ainda permite que haja a sobreposição de serviços ao cobrir um tramo (*overcovers*).

Embora o modelo SPP seja o mais adequado para solucionar o problema de escalonamento de tripulações, não existe garantia da obtenção de uma solução viável, pois as restrições de igualdade podem impedir que haja uma solução em que todas as linhas da matriz  $A$  sejam cobertas sem interseções de colunas.

Para solucionar este problema, Dias *et al.* (2002) propõem um modelo de particionamento de conjuntos relaxado (*Relaxed Set Partitioning Problem – RSPP*) no qual a restrição de cobrimento de todas as linhas da matriz  $A$  é relaxada (ou seja, *leftovers* são permitidos). Deste modo, pode-se garantir a geração de soluções viáveis, nas quais se impõe que não haja a ocorrência de *overcovers*.

O modelo RSPP pode ser formulado como segue:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{i=1}^m z_i y_i \quad (22)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + y_i = 1 \quad \forall j = 1, \dots, n. \quad (23)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j = 1, \dots, n. \quad (24)$$

$$y_i \in \{0,1\} \quad \forall i = 1, \dots, m. \quad (25)$$

A função objetivo representada pela equação (22) prima por cobrir o maior número de viagens, com os serviços gerados, ao menor custo possível. Caso uma viagem não possa ser coberta, o modelo permite que a solução seja viável, mas a penaliza severamente (fator de penalidade  $z_i$  associado ao tramo descoberto  $y_i$ ). A restrição (23) representa o cobrimento das linhas da matriz  $A$ . As restrições (24) e (25) ilustram o caráter binário das variáveis de decisão.

De acordo com Freling *et al.* (1999b), o CSP possui similaridades ao VSP; contudo, é muito mais complexo devido à gama de restrições envolvidas, geralmente relacionadas ao regime de trabalho do pessoal tripulante. Em linhas gerais, tais restrições relacionam-se ao tempo das tarefas, à localização das atividades e ao tipo de serviços.

Também é oportuno salientar a natureza multiobjetivo do problema. Deste modo, algoritmos que visem a construção de conjuntos de soluções de Pareto também devem ser desenvolvidos para uma resolução mais rica do problema (DIAS, 2005). Lourenço *et al.* (2000) e Dias (2005) apresentam metaheurísticas para o escalonamento de tripulações envolvendo múltiplos objetivos.

## 4. PROGRAMAÇÃO INTEGRADA DE VEÍCULOS E MOTORISTAS

### 4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Tradicionalmente, o escalonamento de veículos e de motoristas é realizado de uma maneira seqüencial, de modo que a programação de veículos é uma etapa inicial, sendo

completada pelo escalonamento das tripulações. O CSP é mais restrito que o VSP, que, por sua vez, é mais flexível. Assim, é pouco inteligente escalonar veículos sem considerar as tripulações, já que estas constituem o gargalo do processo.

Diversos pesquisadores têm relatado a forte interação entre estes dois problemas e os ganhos em considerá-los conjuntamente (BODIN *et al.*, 1983; FRIBERG e HAASE, 1999; GAFFI e NONATO, 1999; FRELING *et al.*, 1999b). Tal problema é denominado *Vehicle and Crew Scheduling Problem* – VCSP.

Conforme Freling *et al.* (1999b), os benefícios da abordagem integrada para o VCSP são maiores nos seguintes casos: número restrito de trocas de motoristas por veículo; viagens em vazio restritas; tempo elevado em que uma tripulação é utilizada no veículo; permanências obrigatórias dos tripulantes enquanto os veículos estão à espera; duração mínima dos tramos; dominação dos custos das tripulações sobre os custos dos veículos e ocorrência da rendição dos motoristas somente nos depósitos.

Freling *et al.* (2003) afirmam que existem três abordagens para a programação de veículos e tripulações: a abordagem tradicional, na qual se resolve primeiro o VSP e em seguida o CSP; a abordagem independente, na qual os dois problemas são solucionados separadamente, sem a preocupação dos impactos mútuos entre os dois escalonamentos; e a abordagem integrada, na qual os dois problemas são resolvidos simultaneamente. Esta última abordagem será enfocada pelo presente trabalho.

Bodin *et al.* (1983) criticam severamente a estratégia de decomposição entre a programação de veículos e motoristas aplicada na abordagem seqüencial. Os autores salientam que, no caso do transporte aéreo, em que os custos dos veículos são preponderantes diante dos custos com tripulações, tal decomposição ainda é justificável. Todavia, no caso do transporte público em ônibus e trens, casos nos quais os custos com tripulantes representam a maior parte dos custos operacionais, programar veículos e tripulantes separadamente é uma atitude pouco inteligente.

#### 4.2 MODELOS MATEMÁTICOS PARA O VCSP

Nesta seção serão apresentadas algumas formulações matemáticas para o VCSP. Não é objetivo da seção esgotar as formulações para o problema, mas apresentar diferentes tipos de modelos, os quais podem elucidar ao leitor a complexidade do problema. Mais informações sobre formulações matemáticas para o VCSP podem ser obtidas em Freling *et al.* (1999b), Haase *et al.* (2001), Fischetti *et al.* (2001), Freling *et al.* (2003), Huisman (2004), Steinzen *et al.* (2007), Steinzen (2007) e Weider (2007).

A seguinte formulação do VCSP consta em Friberg e Haase (1999). Um veículo e uma tripulação devem assegurar que cada viagem (*trip*), definida na tabela de horários, seja atendida por um veículo e um motorista.

Um dado veículo pode realizar diversas viagens por dia e define-se bloco (*block*) um conjunto de tais viagens. Os motoristas podem se alternar na condução dos veículos em pontos de rendição (*relief points*), fato que divide as viagens dos motoristas em partes, denominadas *dtrips*. A coleção de todas as *dtrips* é denominada jornada de trabalho (*workday*).

A cobertura das *trips* e *dtrips* não é suficiente para um escalonamento viável, pois deve-se assegurar que cada veículo seja conduzido por um motorista em todos os segmentos das viagens, inclusive as viagens em vazio, o que leva ao conceito de elos (*links*). Um *link* é coberto por um veículo se e somente se ele é coberto por uma tripulação.

Definição dos parâmetros:

$vtrip_{ik} = 1$ , se o bloco  $b_i$  serve a viagem  $k$ , sendo 0 caso contrário

$cdtrip_{jk} = 1$ , se a jornada  $w_j$  serve a *dtrip*  $k$ , sendo 0 caso contrário

$varc_{ik} = 1$ , se o bloco  $b_i$  serve o *link*  $k$ , sendo 0 caso contrário

$carc_{jk} = 1$ , se a jornada  $w_j$  serve o *link*  $k$ , sendo 0 caso contrário

$c(b_i)$  é o custo do bloco  $b_i$

$c(w_j)$  é o custo da jornada  $w_j$

Definição das variáveis de decisão:

$x_i = 1$  se o bloco  $b_i$  faz parte da solução, sendo 0 caso contrário

$y_j = 1$  se a jornada  $w_j$  faz parte da solução, sendo 0 caso contrário

Sejam  $B$  é o conjunto de blocos e  $W$  é o conjunto de jornadas, pode-se definir o seguinte modelo matemático para o VCSP (Friberg e Haase, 1999):

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{b_i \in B} c(b_i)x_i + \sum_{w_j \in W} c(w_j)y_j \quad (26)$$

Sujeito a:

$$\sum_{b_i \in B} vtrip_{ik}x_i = 1 \quad \forall k \text{ trips} \quad (27)$$

$$\sum_{w_j \in W} vtrip_{jk}y_j = 1 \quad \forall k \text{ dtrips} \quad (28)$$

$$\sum_{b_i \in B} varc_{ik}x_i - \sum_{w_j \in W} carc_{jk}y_j = 0 \quad \forall k \text{ links} \quad (29)$$

$$x_i, y_j \in \{0,1\} \quad \forall b_i \in B, w_j \in W. \quad (30)$$

A equação (26) é a função objetivo a ser minimizada refere-se ao custo total para veículos e pessoal tripulante. Os conjuntos de restrições (27) e (28) garantem o cobrimento das viagens. As restrições do tipo (29) garantem que cada veículo é dirigido por apenas um motorista e as restrições do tipo (30) dizem respeito ao caráter binário das variáveis de decisão.

Gaffi e Nonato (1999) apresentam outra formulação para o VCSP, voltada para o transporte público intermunicipal (*ex-urban mass transit*). Os referidos autores ressaltam que a abordagem integrada para o escalonamento de veículos e de pessoal tripulante é ainda mais importante para o transporte público intermunicipal do que para o transporte público urbano, devido à necessidade de um melhor aproveitamento dos motoristas, dados os elevados custos de mão-de-obra e a dispersão geográfica dos depósitos.

Seja  $V$  o conjunto de viagens,  $DH$  o conjunto de viagens em vazio,  $D$  o conjunto de depósitos com capacidade e  $T$  o conjunto de tipos de jornadas (*runs*), e tendo em conta as seguintes variáveis:  $x_j$  a variável de decisão associada com a tarefa (*run*)  $j$ , a um custo  $c_j$ ;  $z_i$  a variável de decisão relacionada com o serviço (*duty*)  $i$  com custo  $a_i$  e  $y_{uv}$  a variável que representa uma viagem em vazio entre  $u$  e  $v$ , a um custo  $b_{uv}$ ; pode-se estabelecer o seguinte modelo matemático para o VCSP (Gaffi e Nonato, 1999):

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{j \in J} c_j x_j + \sum_{i \in I} a_i z_i + \sum_{(u,v) \in DH} b_{uv} y_{uv} \quad (31)$$

Sujeito a:

$$\sum_{u \in V \cup D} y_{vu} = 1 \quad \forall v \in V \quad (32)$$

$$\sum_{u \in V \cup D} y_{uv} = 1 \quad \forall v \in V \quad (33)$$

$$\sum_{j \in J(u,v)} x_j = y_{uv} \quad \forall (u,v) \in DH \quad (34)$$

$$\sum_{i \in I(u,v)} z_i = y_{uv} \quad \forall (u,v) \in DH \quad (35)$$

$$\sum_{j \in J(u,v)} x_j = 1 \quad \forall v \in V \quad (36)$$

$$\sum_{i \in I(u,v)} z_i = 1 \quad \forall v \in V \quad (37)$$

$$\sum_{i \in I_k} z_i \leq C^k \quad \forall d_k \in D \quad (38)$$

$$\sum_{j \in J(t)} x_j \leq R^t \quad \forall t \in T \quad (39)$$

$$x_j, z_i, y_{uv}, y_{vu} \in \{0,1\} \quad \forall j \in J, \forall i \in I, \forall (u,v) \in DH. \quad (40)$$

A equação (32) representa a função objetivo a ser minimizada, a qual representa os custos de alocação dos veículos, pessoal tripulante e as viagens em vazio. As restrições dos tipos (32) e (33) impõem que um motorista conduza um veículo entre duas viagens consecutivas. Os conjuntos de restrições (34), (35), (36) e (37) são destinadas a garantir que todos os serviços são cobertos. A restrição do tipo (38) modela a capacidade de cada depósito. A restrição do tipo (39) limita o número máximo de tipos de jornadas. Por fim, as restrições do tipo (40) relacionam-se à natureza binária das variáveis de decisão.

Com relação ao modelo acima, dois aspectos podem ser salientados. Em primeiro lugar, a formulação aplica-se a um problema envolvendo múltiplos depósitos. Em segundo lugar, os conjuntos de restrições (36) e (37) acabam por tornarem-se redundantes diante das restrições (33) e (34) e podem ser removidos do modelo.

Outra formulação para o VCSP é apresentada por Freling *et al.* (1999b), a qual é baseada nos seguintes pressupostos:

- O escalonamento dos veículos corresponde ao SDVSP conforme definido previamente, ou seja, um depósito, veículos idênticos, tempos de início e fim das viagens fixos e nenhuma restrição de tempo.
- A função custo para o VCSP é simplesmente o somatório das funções de custo do VSP e CSP definidas previamente. O objetivo primário do VSP é minimizar o número de veículos enquanto o objetivo primordial do CSP é minimizar o número de tripulantes.
- Uma peça de trabalho (*piece of work*) é definida como uma seqüência de tarefas em um bloco de veículo as quais podem ser realizadas por uma tripulação sem

interrupção. Esta seqüência de tarefas é somente restrita pela sua duração a qual deve atender certos limites de tempo.

- É feita distinção entre as viagens que correspondem ao cumprimento de tarefas e as viagens em vazio.

O modelo matemático é dado por:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} y_{ij} + \sum_{k \in K} d_k x_k \quad (41)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j:(i,j) \in A} y_{ij} = 1 \quad \forall i \in N \quad (42)$$

$$\sum_{i:(i,j) \in A} y_{ij} = 1 \quad \forall j \in N \quad (43)$$

$$\sum_{k \in K(q)} x_k = 1 \quad \forall p \in I_l \quad (44)$$

$$\sum_{k \in K(q)} x_k - y_{ij} = 0 \quad \forall j \in N \quad (45)$$

$$x_k, y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall k \in K, \forall (i,j) \in A \quad (46)$$

A função objetivo (41) a ser minimizada considera a soma total dos custos de designação de veículos e de pessoal tripulante. As restrições dos tipos (42) e (43) restringem a alocação dos veículos às viagens adjacentes. O conjunto de restrições do tipo (44) impõe que cada tarefa seja coberta por um serviço. O conjunto de restrições do tipo (45) garante que as viagens em vazio serão consideradas na solução. Por fim, as restrições do tipo (46) estão relacionadas ao caráter binário das variáveis de decisão.

Huisman (2004) apresenta uma formulação mais compacta para o VCSP, no caso em que mudanças de tripulantes entre veículos (*changeovers*) não são permitidas. Nesse caso, pode-se definir um custo do serviço que combina os custos com o veículo e pessoal tripulante. Deste modo, pode-se utilizar um modelo de cobertura de conjuntos, formulado como segue:

$$\text{Minimizar} \quad \sum_{j=1}^n g_j x_j \quad (47)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \geq 1 \quad \forall i = 1, \dots, m. \quad (48)$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j = 1, \dots, n. \quad (49)$$

O modelo acima é análogo ao modelo apresentado nas equações (14), (15) e (16), diferindo deste apenas pela consideração do custo combinado  $g$ , que contempla veículos e tripulações. Obviamente, no caso de *changeovers* não serem permitidos, também podem ser utilizados os modelos de máxima cobertura, particionamento de conjuntos ou particionamento de conjuntos relaxado apresentados na seção 3.2 deste artigo.

### 4.3 ABORDAGENS PARA O VCSP

Tendo em vista a complexidade do VCSP, para instâncias reais de médio e grande porte, ainda não é possível obter a solução exata para o problema; deste modo, abordagens heurísticas vem sendo apresentadas na literatura para sua resolução. A seguir, é apresentada uma revisão bibliográfica acerca dos trabalhos que apresentam abordagens para resolução do VCSP.

#### 4.3.1 Abordagens Baseadas em Heurísticas

Tendo em vista a complexidade matemática e computacional do VCSP, uma das abordagens mais presentes na literatura é o uso de métodos heurísticos. As heurísticas consistem em métodos aproximativos, que buscam a obtenção de soluções de boa qualidade, em tempo computacional admissível, sem a prova de suas otimalidades. Nesse sentido, as soluções apresentadas pelas heurísticas consistem em boas soluções, as quais podem ser usadas no cotidiano das empresas de transporte público.

Ball *et al.* (1983) são os primeiros autores a propor um procedimento para escalonar veículos e tripulações simultaneamente. O algoritmo proposto consiste em compor um grafo de escalonamento, particionando os nós em diferentes níveis. Em seguida, usa-se iterativamente um algoritmo de emparelhamento (*matching*) para compor os serviços.

Falkner e Ryan (1992) apresentam o caso do sistema EXPRESS, utilizado na cidade de Christchurch, Nova Zelândia. O escalonamento dos motoristas inicia-se por uma programação inicial dos veículos, as quais vão sendo concluídas ao longo de um processo iterativo. Nota-se uma preocupação com a integração; porém a abordagem é centrada no escalonamento dos motoristas.

Patrikalakis e Xerocostas (1992) apresentam um novo esquema de decomposição para o problema de planejamento em sistemas de transporte público: ao invés de solucionar a programação dos veículos antes da dos tripulantes, esta ordem é invertida. A programação é efetuada em dois estágios: em um primeiro estágio, é feita a alocação dos motoristas por meio de um modelo de cobertura de conjuntos, e, em seguida, em um segundo estágio, a programação de veículos e motoristas é completada por meio de um modelo de fluxo em redes.

Azevedo Filho *et al.* (1994) relatam os resultados de um estudo de alocação de veículos e tripulações em uma linha de ônibus da cidade de Fortaleza, Nordeste do Brasil, considerando as suas características e usando *softwares* desenvolvidos na Universidade de Leeds e um aplicativo desenvolvido na Universidade Federal do Ceará. Os seguintes passos foram implementados no estudo de caso: (i) criar um conjunto de linhas de acordo com a demanda de passageiros observada; (ii) aplicar o *software* de programação de veículos; (iii) aplicar o *software* de programação de tripulações; e (iv) revisar a programação dos veículos com relação ao escalonamento dos tripulantes. Neste estudo, foram conseguidas reduções de até 14%, em comparação com o método manual utilizado na prática.

Wren e Gualda (1999) apresentam experimentos com *softwares* desenvolvidos na Universidade de Leeds, para a integração da programação de veículos e tripulações em duas cidades brasileiras: Fortaleza e Sorocaba. Os autores reportam os experimentos realizados por Azevedo Filho *et al.* (1994) para a cidade de Fortaleza e fazem estudo semelhante para a cidade de Sorocaba. Em ambos os casos de estudos, foi observada uma redução substancial dos custos, em termos de horas de tripulação pagas, advinda do uso da abordagem integrada.

Valouxis e Housos (2002) apresentam uma abordagem combinada para a programação de veículos e motoristas. Analisando o caso de companhias de transporte público na Grécia, em que ocorrem práticas tais como a operação de programações diárias não fixas e a restrição à *changeovers*, os autores propõem um algoritmo, denominado

CGQS (*Column Generation Quick Shifts*), o qual soluciona um problema de programação linear inteira. A heurística *Quick Shifts* (QS) trabalha com problemas de emparelhamento, particionamento e caminho mais curto, com vistas a construir serviços de mínimo custo. A abordagem proposta foi testada em seis instâncias advindas de problemas reais de sistemas de transporte público na Grécia, apresentando bons resultados.

Rodrigues *et al.* (2006) apresentam o desenvolvimento de uma ferramenta computacional para solucionar o VCSP em São Bernardo do Campo, região metropolitana de São Paulo, Brasil. A abordagem proposta consiste em uma combinação de modelos de programação inteira e heurísticas, sendo composta por quatro módulos: obtenção do conjunto primário de tempos de início das viagens, construção dos blocos de veículos, construção da programação e heurística para espaçamento de partidas consecutivas. A abordagem proposta foi testada em 7 instâncias reais e incorreu em diversos benefícios em relação ao planejamento realizado na prática, o qual é efetuado manualmente.

Gomes *et al.* (2008) apresentam uma abordagem heurística para a alocação de veículos e tripulações em Fortaleza. A heurística divide a jornada de trabalho em dois turnos e efetua movimentos de trocas de viagens entre os blocos, com vista a minimizar a quantidade de horas-extras pagas. A heurística foi testada em 10 instâncias reais e a redução de horas-extras em relação à solução real encontrou-se no intervalo de 9,6% a 100%, apresentando redução média de 54,4%.

#### 4.3.2 Abordagens Baseadas em Métodos Exatos

Freling *et al.* (1999b) apresentam um modelo matemático para o *Single Depot Vehicle and Crew Scheduling* – SDVCSP (vide equações 41 a 46 no presente artigo) e testam a abordagem em cinco instâncias reais do sistema de transporte por ônibus em Rotterdam, Holanda. Na solução de três das cinco instâncias analisadas, foi possível obter uma redução da soma de veículos e de motoristas, comparando-se as abordagens integrada e seqüencial. Para resolução do modelo, foram aplicadas uma heurística de relaxação lagrangeana e a técnica de geração de colunas.

Friberg e Haase (1999) apresentam um modelo matemático para o SDVCSP (vide equações 26 a 30 no presente artigo). Os autores avaliaram o modelo proposto em um conjunto de 10 instâncias teóricas, de pequeno porte (número de viagens entre 10 e 30), as quais foram geradas aleatoriamente. Para solucionar o modelo, foi empregado um algoritmo de geração de colunas. Aplicou-se uma relaxação linear no problema de particionamento de conjuntos e, em seguida, aplicou-se um algoritmo *branch-and-bound* para obter a solução ótima do modelo. Para melhorar os limitantes inferiores, cortes poliédricos foram utilizados. Os autores constataram que a abordagem proposta só obtém as soluções ótimas para instâncias com até 20 viagens.

Gaffi e Nonato (1999) apresentam uma abordagem para o VCSP no caso do transporte público intermunicipal (vide equações 31 a 40 no presente artigo). O modelo matemático proposto é o primeiro a considerar a possibilidade de múltiplos depósitos. A abordagem é testada em dois conjuntos de dados: um com oito instâncias típicas de transporte intermunicipal e outro com seis instâncias de transporte urbano e suburbano. Os conjuntos de dados foram obtidos por meio do *software* MTRAM, utilizado por diversas cidades na Itália. A resolução do modelo é baseada em uma heurística lagrangeana. Os autores constataram melhorias da abordagem integrada em relação à abordagem seqüencial, nos conjuntos de dados analisados.

Haase *et al.* (2001) apresentam um modelo matemático para a integração de veículos e motoristas em sistemas de transporte público, considerando frota de veículos homogênea e um único depósito. Para resolução do modelo, é proposta uma heurística de geração de colunas (somente para o escalonamento dos motoristas) integrada com um algoritmo *branch-and-bound*. Avaliando o desempenho da abordagem proposta para um

conjunto de 10 instâncias geradas aleatoriamente, os autores constataram que a proposta apresentou bons resultados, mesmo para instâncias de grande porte.

Freling *et al.* (2001b) fazem um estudo comparativo entre as abordagens seqüencial e integrada para o VCSP, em instâncias reais e de grande porte, advindas do sistema de transporte público por ônibus de Rotterdam, Holanda. Os resultados da abordagem integrada superaram os resultados da abordagem seqüencial em uma faixa de 2% a 8%.

Fischetti *et al.* (2001) propõem um modelo de programação linear binária para o problema da programação integrada de veículos e tripulantes. O modelo é aplicável ao caso em que múltiplos depósitos são disponíveis e em que tanto o tempo de início e término de um serviço quanto o tempo total do mesmo, são impostos. Uma heurística de separação, em conjunto com um algoritmo exato do tipo *branch-and-cut*, foram aplicados em instâncias aleatórias disponíveis na literatura, oferecendo resultados competitivos.

Freling *et al.* (2003) apresentam diversos modelos, relaxações e algoritmos para a abordagem integrada. Os autores comparam as abordagens seqüencial, integrada e o *Independent Crew Scheduling Problem* (ICSP), o qual considera apenas o escalonamento das tripulações e ignora a programação dos veículos, considerando a permissão ou proibição de *changeovers*. Os autores constatam que os benefícios da integração são maiores, em relação às outras duas abordagens, quando *changeovers* não são permitidos.

Huisman (2004) apresenta diversas abordagens para o escalonamento integrado de veículos e motoristas, para os casos com um ou múltiplos depósitos. Para o caso envolvendo múltiplos depósitos, apresenta diversos modelos matemáticos e abordagens de solução, constituídas de algoritmos que combinam uma heurística lagrangeana com técnicas de geração de colunas. O autor soluciona diversas instâncias teóricas e reais, obtendo excelentes resultados. Por fim, apresenta o escalonamento dinâmico de veículos e motoristas (*Dynamic Vehicle and Crew Scheduling*), dissertando sobre os benefícios de tal abordagem e apresentando modelos matemáticos e métodos para resolução do problema.

Huisman *et al.* (2005) apresentam dois modelos diferentes para o VCSP com múltiplos depósitos, cujas abordagens de solução são baseadas em uma combinação entre geração de colunas e relaxação lagrangeana. Os autores apresentam experimentos computacionais em 8 instâncias reais de uma companhia de transporte público holandesa, bem como uma nova metodologia para gerar instâncias aleatórias para o problema.

Weider (2007) apresenta o algoritmo IS-OPT, o qual integra a programação de veículos e serviços no planejamento de sistemas de transporte público por ônibus. O algoritmo supracitado combina uma série de técnicas, a saber: relaxação lagrangeana, geração de colunas, método proximal de Bundle e *rapid branching*, um novo esquema proposto do tipo *branch-and-bound*. As programações geradas pelo IS-OPT incorreram na redução de mais de 5% dos custos das programações existentes das companhias de transporte público urbano e regional estudadas.

Fleurent e Rosseuau (2007) apresentam resultados da aplicação prática dos sistemas HASTUS, MINBUS e CREWPLAN na integração de veículos e motoristas. Casos de estudos nas cidades de Minneapolis (USA), Montpellier (França), Hamburgo (Alemanha) e Köln (Alemanha) demonstraram que a abordagem integrada incorreu em expressivos ganhos de produtividade.

Groot e Huisman (2008) solucionam instâncias reais de grande porte, advindas de uma empresa de transporte público holandesa. Os autores desenvolvem uma metodologia para divisão de um problema de grande porte em subproblemas menores, os quais podem ser solucionados separadamente e levam à resolução do problema inicial. Foi demonstrado que o efeito da divisão das instâncias não deteriorou substancialmente a qualidade das soluções geradas. Além disso, foi evidenciada a redução de custos da abordagem integrada em relação à abordagem seqüencial.

Mesquita e Paias (2008) apresentam uma abordagem para o VCSP baseada em modelos de cobertura e particionamento de conjuntos. A abordagem consiste nas seguintes etapas: geração de um conjunto inicial de serviços viáveis, relaxação do modelo matemático por meio de geração de colunas e aplicação da técnica *branch-and-bound* para obtenção de soluções viáveis para o VCSP. Em experimentos computacionais realizados com as instâncias de Huisman *et al.* (2005), a abordagem proposta mostrou ter o melhor desempenho da literatura, tanto em qualidade das soluções quanto em tempo computacional.

#### 4.3.3 Abordagens Baseadas em Meta-Heurísticas

Silva *et al.* (2006) apresentam uma abordagem que combina a metaheurística *Simulated Annealing* com a técnica de geração de colunas para a resolução do VCSP. Experimentos computacionais realizados em instâncias reais obtidas junto a uma empresa de transporte público de Belo Horizonte, Brasil, apontam para a potencialidade de redução de custos por intermédio da aplicação da metodologia proposta.

Atzingen *et al.* (2007, 2008) apresentam uma heurística *Variable Neighborhood Search* (VNS) para o VCSP. Em experimentos computacionais realizados com dados reais advindos de uma empresa de ônibus de uma grande cidade brasileira, a abordagem integrada propiciou melhores resultados do que a abordagem seqüencial.

Laurent e Hao (2007) apresentam uma abordagem, baseada na meta-heurística *Simulated Annealing* (SA), para solução do VCSP em uma aplicação real de uma empresa de transporte de veículos de luxo (*limousines*). Tal problema tem elevada complexidade, pois os veículos são bastante diferenciados devido aos acessórios (aparelhos de som e DVD, por exemplo) e os motoristas também são diferenciados de acordo com suas aptidões (fluência em uma determinada língua, por exemplo). A abordagem proposta se divide em duas etapas: inicialmente utiliza-se programação por restrições (*constraint programming*) para a geração de uma solução inicial, e, em seguida, tal solução é refinada por um algoritmo *Simulated Annealing*.

Laurent e Hao (2007) consideram também múltiplos objetivos em sua estratégia de solução. Consideram um objetivo principal (minimização da duração total de viagens não atendidas) e quatro objetivos secundários (minimização do número de veículos e de motoristas em uso, minimização do número de atualizações (*upgrades*), minimização das viagens em vazio e minimização do tempo total de espera). É pertinente ressaltar que os autores atribuíram pesos empiricamente aos critérios envolvidos, não sendo praticada uma abordagem baseada na construção de um conjunto de soluções de Pareto.

Bartodziej *et al.* (2007) propõem três metaheurísticas para o problema de escalonamento de veículos e de tripulações em uma empresa de transporte aéreo de cargas: *Simulated Annealing* (SA), *Great Deluge Algorithm* (GDA) e *Record-to-Record Travel* (RRT). A complexidade do problema reside nas janelas de tempo, na legislação trabalhista para os motoristas e na alta heterogeneidade da frota. Os algoritmos foram implementados em um Sistema de Apoio à Decisão que vem sendo utilizado no planejamento do sistema real.

Steinzen *et al.* (2007) apresentam um algoritmo evolucionário híbrido para o problema de programação de veículos e motoristas envolvendo múltiplos depósitos. A abordagem híbrida combina as técnicas de relaxação lagrangeana, geração de colunas e Algoritmos Genéticos. Na resolução do problema, este é decomposto em três subproblemas: alocação de viagens a depósitos, construção das escalas dos veículos, construção das escalas dos motoristas. O Algoritmo Genético usa uma heurística lagrangeana, baseada em geração de colunas, para calcular a aptidão dos indivíduos da população. Os autores realizaram testes em instâncias geradas aleatoriamente disponíveis na internet e obtiveram resultados competitivos em relação á outras abordagens presentes na literatura.

Steinzen (2007) estuda a programação de veículos e tripulações em transporte intermunicipal com tabelas de horário irregulares (Ex-Urban Vehicle and Crew Scheduling with Irregular Timetables). Para resolução do problema, o autor utiliza esquemas de ramificação local (*local branching*) em conjunto com meta-heurísticas multiobjetivo. A idéia básica da ramificação local é definir regiões desejáveis a serem eficientemente exploradas por um solver genérico de programação inteira mista. Os objetivos avaliados são custo e regularidade dos serviços, em instâncias aleatórias disponíveis para o problema de programação de veículos e motoristas com múltiplos depósitos. O autor salienta que tal abordagem pode prover o tomador de decisões de informação adicional, a qual pode enriquecer a qualidade das soluções geradas.

Laurent e Hao (2008) apresentam uma meta-heurística *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (GRASP), para solução do VCSP em um estudo de caso em uma empresa de transporte rodoviário de passageiros de longo curso (*extra-urban transport*). Em sete conjuntos de dados advindos de um sistema real, os experimentos computacionais salientaram a dominância da abordagem integrada sobre a seqüencial.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou uma visão geral sobre o problema integrado de escalonamento de veículos e tripulações (*Vehicle and Crew Scheduling Problem – VCSP*). Para tanto, foram introduzidos conceitos sobre o planejamento de sistemas de transporte público e sobre as programações de veículos e tripulações isoladamente. Em seguida, foi apresentada uma revisão bibliográfica sobre modelos matemáticos para o VCSP, bem como de abordagens heurísticas para sua resolução.

É pertinente destacar que foi dado enfoque no caso de sistemas de transporte públicos urbanos e intermunicipais por meio de ônibus. Todavia, existe uma nova tendência de trabalhos voltados para a integração de veículos e motoristas no transporte aéreo. Para o leitor interessado, são recomendados os trabalhos: Stojkovic e Soumis (2001), Klabjan *et al.* (2002), Mercier *et al.* (2005), Ramírez (2007), Mercier e Soumis (2007), Papadakos (2007) e Souai e Teghem (2008).

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ATZINGEN, J.; CUNHA, C. B.; SILVA, G. P. Resolução simultânea da programação de veículos e tripulações de ônibus urbano. In: XXII Congresso de Ensino e Pesquisa em Transportes, Fortaleza, 2008.

\_\_\_\_\_. Uma abordagem para o problema de programação de veículos e tripulantes de ônibus. In: XXI Congresso de Ensino e Pesquisa em Transportes, Rio de Janeiro, 2007.

AZEVEDO FILHO, M. A. N.; KWAN, R. S. K.; WREN, A. A alocação de ônibus e motoristas no Brasil: alguma experiência prática. In: VII Congresso Brasileiro de Pesquisa e Ensino em Transportes, Recife, 1994.

BAITA, F.; PESENTI, R.; UKOVICH, W.; FAVARETTO, D. A comparison of different solution approaches to the vehicle scheduling problem in a practical case. **Computers & Operations Research**, vol. 27, n. 13, p. 1249–1269, 2000.

BALL, M.; BODIN, L.; DIAL, R. A matching based heuristic for scheduling mass transit crews and vehicles. **Transportation Science**, vol. 17, p. 4–31, 1983.

BARTODZIEJ, P.; DERIGS, U.; MALCHEREK, D. VOGEL, U. Models and algorithms for solving combined vehicle and crew scheduling problems with rest constraints: an application to road feeder service planning in air cargo transportation. **OR Spectrum**, vol. 31, n. 2, p.405-429, 2007.

BODIN, L.; GOLDEN, B.; ASSAD, A.; BALL, M. Routing and Scheduling of Vehicles and Crews - The State of the Art. **Computers and Operations Research**, vol. 10, n. 2, p. 63–212, 1983.

CARRARESI, P.; GALLO, G. Network models for vehicle and crew scheduling models. **Transportation Research Part B**, vol. 37, p. 301 – 322, 1984.

CEDER, A. Efficient timetabling and vehicle scheduling for public transport. In: VOSS, S.; DADUNA, J. R. (Eds.) **Computer-aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems**, Springer, v. 505, p. 37–52, 2001.

\_\_\_\_\_. Urban transit scheduling: framework, review and examples. **Journal of Urban Planning and Development**, v. 128, n. 4, p. 225 – 244, 2002.

DADUNA, J. R.; PAIXÃO, J. M. P. Vehicle Scheduling for public mass transit – an Overview. In: DADUNA, J. R.; BRANCO, I.; PAIXÃO, J. M. P. (Eds.) **Computer-Aided Transit Scheduling. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems**, Springer, vol. 430, p. 76–90, 1995.

DIAS, M. T. G. **A new approach to the bus driver scheduling problem using multiobjective genetic algorithms**. 2005. Ph.D. Thesis (Doctorate in Engineering Sciences). Faculty of Engineering, University of Porto, Porto.

DIAS, M. T. G.; SOUSA, J. M. P.; CUNHA, J. F. Genetic algorithms for the bus driver scheduling problem: a case study. **Journal of the Operational Research Society**, vol. 53, p. 1–12, 2002.

DIAS, T. G.; FERREIRA, J. V.; FALCÃO E CUNHA, J. Evaluating a DSS for Operational Planning in Public Transport Systems: Ten Years of Experience with the GIST System. In: VOSS, S.; DADUNA, J. R. (Eds.) **Computer-aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems**, Springer, v. 505, p. 167–180, 2001.

FALKNER, J. C.; RYAN, D. M. EXPRESS: Set partitioning for bus crew scheduling in Christchurch. In: DESROCHERS, M.; ROSSEAU, J. M. (Eds.) **Computer-Aided Transit Scheduling: Proceedings of the Fifth International Workshop**, Springer, p. 359–378, 1992.

FISCHETTI, M.; LODI, A.; MARTELLO, S.; TOTH, P. A polyhedral approach to simplified crew scheduling and vehicle scheduling problems. **Management Science**, v. 47, n. 6, p. 833–850, 2001.

FLEURENT, C.; ROSSEAU, J. M. Integrated vehicle and crew scheduling in practice. In: Technical Report GIRO, Montreal, 2007.

FRELING, R.; HUISMAN, D.; WAGELMANS, A. P. M. Applying an integrated approach to vehicle and crew scheduling in practice. In: VOSS, S.; DADUNA, J. R. (Eds.) **Computer-aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems**, Springer, v. 505, p. 73–90, 2001b.

\_\_\_\_\_. Models and algorithms for integration of vehicle and crew scheduling. **Journal of Scheduling**, vol. 6, n. 1, p. 63–85, 2003.

FRELING, R.; PAIXÃO, J. M. P.; WAGEKMANS, A. P. M. Models and algorithms for single-depot vehicle scheduling. **Transportation Science**, vol. 35, n. 2, p. 165 – 180, 2001a.

\_\_\_\_\_. Models and algorithms for vehicle scheduling. In: Report 9562/A, Econometric Institute, Erasmus University Rotterdam, 1999a.

FRELING, R.; WAGELMANS, A. P. M.; PAIXÃO, J. M. P. An overview of models and techniques for integrating vehicle and crew scheduling. In: WILSON, N. H. M. (Ed.) **Computer-aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems**, Springer, vol. 471, p. 441–460, Springer, 1999b.

FRIBERG, C. HAASE, K. An exact branch and cut algorithm for the vehicle and crew scheduling problem. In: WILSON, N. H. M. (Ed.) **Computer-aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems**, Springer, vol. 471, p. 63–80, Springer, 1999.

GAFFI, A.; NONATO, M. An integrated approach to ex-urban crew and vehicle scheduling problem. In: WILSON, N. H. M. (Ed.) **Computer-aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems**, Springer, vol. 471, p. 103–128, Springer, 1999.

GOMES, F. R. A.; PRATA, B. A.; AZEVEDO FILHO, M. A. N. Desenvolvimento de software para alocação de veículos e tripulações no sistema de transporte público em Fortaleza. In: XXI Congresso Brasileiro de Pesquisa e Ensino em Transportes, Fortaleza, 2008.

GROOT, S. W.; HUISMAN, D. Vehicle and crew scheduling: solving large real-world instances with an integrated approach. In: HICKMAN, M.; MIRCHANDANI; VOSS, S. (Eds.) **Computer-aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems**, Springer, v. 600, p. 43 – 56, Springer, 2008.

HAASE, K.; DESAULNIERS, G.; DESROSIERS, J. Simultaneous vehicle and crew scheduling in urban mass transit systems. **Transportation Science**, vol. 35, n. 3, p. 286–303, 2001.

HAGHANI, A.; BANIHASHEMI, M.; CHIANG, K. H. A comparative analysis of bus transit vehicle scheduling models. **Transportation Research Part B**, v. 37, n. 4, 301 – 322, 2003.

HUISMAN, D. **Integrated and dynamic vehicle and crew scheduling**. 2004. Ph.D. Thesis. Tinbergen Institute, Erasmus University Rotterdam, Rotterdam.

HUISMAN, D.; FRELING, R.; WAGELMANS, A. P. M. Multiple-depot integrated vehicle and crew scheduling. **Transportation Science**, vol. 39, n. 4, p. 491–502, 2005.

KLABJAN, D.; JOHNSON, E. L.; NEMHAUSER, G. L.; GELMAN, E.; RAMASWAMY, S. Airline crew scheduling with time windows and plane-count constraints. **Transportation Science**, vol. 36, n. 3, p. 337–348, 2002.

LAURENT, B.; HAO, J. K. Simultaneous vehicle and crew scheduling for extra urban transports. In: XXI International Conference on Industrial Engineering & Other Applications of Applied Intelligent Systems, 2008.

\_\_\_\_\_. Simultaneous vehicle and driver scheduling: a case study in a limousine rental company. **Computers & Industrial Engineering**, vol. 53, n. 3, p. 542–558, 2007.

LOURENÇO, H. R.; J. P. PAIXÃO; PORTUGAL, R. Multiobjective metaheuristics for the bus-driver scheduling problem. **Transportation Science**, vol. 35, n. 3, p. 331-342, 2000.

MANHEIM, M. L. **Fundamentals of Transport System Analysis – Vol. 1: Basic Concepts**. Boston: MIT Press, 1980.

MARTELLO, S.; TOTH, P. A heuristic approach to the bus driver scheduling problem. **European Journal of the Operational Research Society**, vol. 24, n. 1, p. 106–117, 1986.

MERCIER, A.; CORDEAU, J. F.; SOUMIS, F. A computational study of Benders decomposition for the integrated aircraft routing and crew scheduling problem. **Computers & Operations Research**, vol. 32, n. 6, p. 1451–1476, 2005.

MERCIER, A.; SOUMIS, F. An integrated aircraft routing, crew scheduling and flight retiming model. **Computers & Operations Research**, vol. 34, n. 8, p. 2251–2265, 2007.

MESQUITA, M.; PAIAS, A. Set partitioning/covering-based approach for the integrated vehicle and crew scheduling problem. **Computers & Operations Research**, vol. 35, n. 5, p. 1562–1575, 2008.

PAPADAKOS, N. Airline scheduling. **Computers & Operations Research**, to appear, 2007.

PARK, T.; RYU, K. R. Crew pairing optimization by a genetic algorithm with unexpressed genes. **Journal of Intelligent Manufacturing**; vol. 17, n. 4, p. 375–383, 2006.

PATRIKALAKIS, G.; XEROKOSTAS, D. Experimentation with a new decomposition scheme of the urban public transport scheduling. In: DESROCHERS, M.; ROSSEAU, J. M. (Eds.) **Computer-Aided Transit Scheduling: Proceedings of the Fifth International Workshop**, Springer, p. 407–425, 1992.

PEPIN, A.-S.; DESAULNIERS, G.; HERTZ, A., HUISMAN, D. Comparison of heuristic approaches for the multiple depot vehicle scheduling problem. In: Report EI2006-34, Econometric Institute, Erasmus University Rotterdam, 2006.

RAMÍREZ, J. D. **An approach to the integrated single-fleet aircraft and crew scheduling problem**. 2007. Ph.D. Thesis (Doctorate in Industrial Engineering). Faculty of Engineering and Architecture, University of Monterrey, Monterrey.

RODRIGUES, M. K.; SOUZA, C. C.; MOURA, A. V. Vehicle and crew scheduling for urban bus lines. **European Journal of Operational Research**, vol. 39, p. 491–505, 2006.

SILVA, G. P.; REIS, J. V. A.; SOUZA, M. J. F. Resolução Integrada do Problema de Programação de Veículos e Tripulações no Sistema de Transporte Público. In: Congresso Luso-brasileiro para o Planeamento Urbano, Regional, Integrado e Sustentável, Braga, 2006.

SOUAI, N.; TEGHEM, J. Genetic algorithm based approach for the integrated airline crew-pairing and rostering problem. **European Journal of Operations Research**, to appear, 2008.

SOUSA, J. P.; FALCÃO E CUNHA, J. GUIMARÃES, R.; PAIXÃO, J. M. P. GIST – Um Sistema de Apoio à Decisão para o Planeamento Operacional de Transportes Colectivos. In: Casos de Aplicação da Investigação Operacional, McGraw-Hill, p. 109 –130, 2000.

STEINZEN, I. **Topics in integrated vehicle and crew scheduling in public transport**. 2007. Dr. Rer. Pol. Thesis. Universität Paderborn, Paderborn.

STEINZEN, I.; BECKER, M.; SUHL, L. A hybrid evolutionary algorithm for the vehicle and crew scheduling problem in public transit. In: 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation – CEC 2007, Singapore, 2007.

STOJKOVIC, M.; SOUMIS, F. An optimization model for the simultaneous operational flight and pilot scheduling problem. **Management Science**, vol. 47, n. 9, p. 1290–1305, 2001.

VALOUXIS, C.; HOUSOS, E. Combined bus and driver scheduling. **Computers and Operations Research**, v. 170, p. 8443–862, 2002.

WEIDER, S. **Integration of vehicle and duty scheduling in public transport**. 2007. Der. Rer. nat. Thesis. Technischen Universität Berlin, Berlin.

WREN, A.; GUALDA, N. D. F. Integrated Scheduling of Buses and Drivers. In: WILSON, N. H. M. (Ed.) **Computer-aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems**, Springer, vol. 471, p. 155–176, Springer, 1999.

WREN, A.; ROSSEAU, J. M. Bus Driver Scheduling – an Overview. In: DADUNA, J. R.; BRANCO, I.; PAIXÃO, J. M. P. (Eds.) **Computer-aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems**, Springer, vol. 430, p. 173–183, 1995.

## Integrated vehicle and crew scheduling: an overview

Bruno de Athayde Prata<sup>1,2</sup>, [baprata@ifce.edu.br](mailto:baprata@ifce.edu.br)

<sup>1</sup> Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia (IFCE), Quixadá, CE, Brasil

<sup>2</sup> Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP), Porto, Portugal

\*Received: July, 2009 / Accepted: April, 2010

### ABSTRACT

*This paper presents a bibliographical review about vehicle and crew scheduling problem which is applicable in the optimization of public transportation systems. The traditional sequential approaches are presented. The most relevant mathematical models for the integrated approach are exposed. Finally, resolution approaches for the integrated problem, based on heuristics, branch-and-bound, lagrangean relaxation, columns generation and meta-heuristics are presented.*

**Keywords:** Operations Research. Transport Planning. Combinatorial Optimization.

---